

V.4

Prüfungsvorbereitung

Mit KI erstellte Lösungen zu Mathematikaufgaben kritisch reflektieren

Johann-Georg Vogelhuber



© RAABE 2024

© NanoStock/iStock/Getty Images Plus

Künstliche Intelligenz in der Mathematik bietet eine faszinierende Perspektive für den Unterricht. Motivieren Sie die Lernenden, indem Sie ihnen zeigen, wie KI-Lösungen mathematische Probleme angehen und welche Grenzen sie haben. Dies fördert nicht nur ein tieferes Verständnis für Mathematik, sondern schärft auch kritische Denkfähigkeiten im Umgang mit technologiegestützten Lösungen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 5–10

Dauer: jeweils 1–2 Unterrichtsstunden

Inhalt: Berechnen, Flächeninhalte, Oberflächen von Zylindern

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen (K2)

Auf einen Blick

Ab: Arbeitsblatt

Das Material für jede Leitidee ist etwa für eine Doppelstunde ausgelegt.

Leitidee Zahl (Klasse 5/6)

Thema: **Multiplikation von Brüchen**

M 1 (Ab) Kann eine Künstliche Intelligenz Brüche multiplizieren?

Leitidee Messen (Klasse 7/8)

Thema: **Berechnung von Flächeninhalten für Polygone**

M 2 (Ab) Einstieg: Kann eine Künstliche Intelligenz den Inhalt von Flächen korrekt berechnen?

M 3 (Ab) Erarbeitung: Kann eine Künstliche Intelligenz den Inhalt von Flächen korrekt berechnen?

M 4 (Ab) Sicherung: Kann eine Künstliche Intelligenz den Inhalt von Flächen korrekt berechnen?

Leitidee Raum und Form (Klasse 9/10)

Thema: **Oberfläche von Quader und Zylinder**

M 5 (Ab) Kann eine KI Aufgaben zur Oberflächenberechnung von Quadern korrekt lösen?

M 6 (Ab) Kann eine KI Aufgaben zur Oberflächenberechnung von Zylindern korrekt lösen?

M 7 (Ab) Sicherung: Kann eine KI Aufgaben zur Oberflächenberechnung von Zylindern und Quadern korrekt lösen?

Lösungen

Die Lösungen zu den Aufgaben finden Sie ab Seite 13.

Erklärung zu den Symbolen



Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

M 1

Kann eine Künstliche Intelligenz Brüche multiplizieren?

Multiplikation von Brüchen

Multipliziere die folgenden Brüche und kürze so weit wie möglich.

$$\frac{32}{33} \cdot \frac{11}{48} = \qquad \frac{4}{19} \cdot \frac{38}{12} =$$

Heute musst du diese Aufgaben nicht komplett selbst lösen. Mit einer künstlichen Intelligenz wurde bereits ein Lösungsansatz erstellt. Diese Lösungsansätze findest du in den Abbildungen auf dieser Seite. Allerdings sind die von KI erstellten Lösungen nicht immer fehlerfrei. Deine Aufgabe ist es, diese Lösungen zu überprüfen und ggf. zu korrigieren.

Aufgabe 1

Überprüfe zunächst die beiden Lösungsvorschläge. **Unterstreiche** die korrekten Rechnungen mit einem grünen und die Fehler mit einem roten Stift.

ChatFlash

Multipliziere die Bruchzahlen und kürze so weit wie möglich: $\frac{4}{19} \cdot \frac{38}{12}$. Stelle dein Ergebnis in lesbaren mathematischen Formeln dar.

Um die Bruchzahlen zu multiplizieren, multipliziert man einfach die Zähler und die Nenner miteinander:

$$= \frac{4 \cdot 38}{19 \cdot 12}$$

$$= \frac{152}{228}$$

Um den Bruch zu kürzen, finde ich den größten gemeinsamen Teiler von 152 und 228, der 4 ist:

$$\frac{152}{228} = \frac{(152 / 4)}{(228 / 4)} = \frac{38}{57}$$

Das Ergebnis ist also $38/57$.

Bard (Experiment)

Multipliziere die Bruchzahlen und kürze so weit wie möglich: $32/33 \cdot 11/48$. Stelle die Rechnungen mithilfe lesbarer mathematischer Formeln dar, verwende die

Weitere Vorschläge anzeigen

Die Multiplikation von zwei Brüchen kann wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

In diesem Fall ist also

$$\frac{32}{33} \cdot \frac{11}{48} = \frac{32 \cdot 11}{33 \cdot 48}$$

Die beiden Zahlen 11 und 48 haben den gemeinsamen Teiler 11, so dass sich die Rechnung wie folgt vereinfachen lässt:

$$\frac{32 \cdot 11}{33 \cdot 48} = \frac{32 \cdot 11 / 11}{33 \cdot 48 / 11} = \frac{32}{33 \cdot 4}$$

Die Zahl 33 ist durch 4 teilbar, so dass sich die Rechnung weiter wie folgt vereinfachen lässt:

$$\frac{32}{33 \cdot 4} = \frac{32/4}{33/4} = \frac{8}{9}$$

Prompt hier eingeben

Bard zeigt möglicherweise fehlerhafte Informationen an, z. B. zu Personen. Prüfe daher die Antworten noch einmal. [Datenschutz und Bard](#)

Aufgabe 2

Erstelle mithilfe der KI-Lösungen und deinen Ergebnissen zu Aufgabe 1 jeweils einen korrekten Rechenweg. **Behalte** dabei die Art und Weise des Lösungsweges **bei** und **nimm** nur die notwendigen Korrekturen vor.

Aufgabe 3

Welche KI (ChatFlash oder Bard) hat deiner Meinung nach die gestellte Aufgabe besser gelöst? **Schreibe** dazu eine kurze Begründung.

Einstieg: Kann eine Künstliche Intelligenz den Inhalt von Flächen korrekt berechnen?

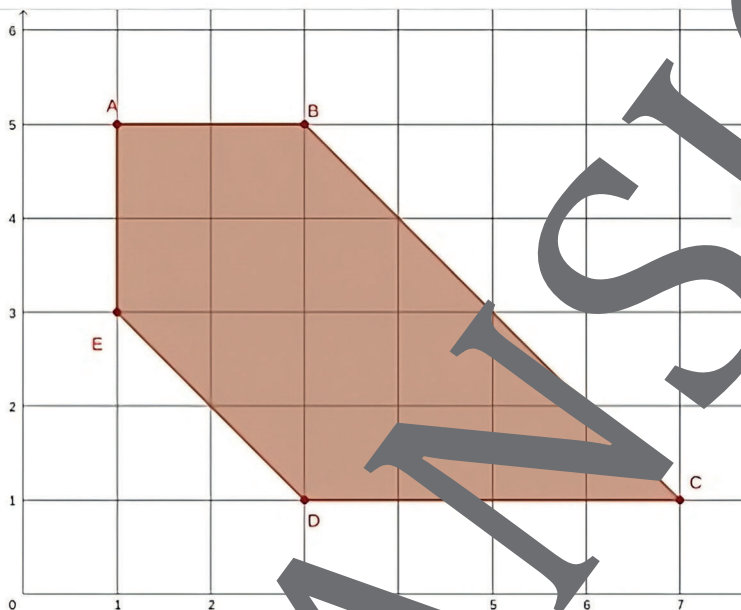
M 2

Die folgende Aufgabe wurde ChatGPT 4 zur Bearbeitung gegeben. Die Lösung der KI für diese Flächenberechnung soll mit den folgenden Aufgaben untersucht werden. Allerdings sind die von KI erstellten Lösungen nicht immer fehlerfrei. Sei also bei der Überprüfung kritisch und achte auf jedes Detail.

=

ChatGPT 4 ▾

J You



Berechne den Flächeninhalt des Vierecks, wenn jedes Kästchen in der Abbildung 1 cm entspricht. Ermittle dazu zuerst die Koordinaten der einzelnen Punkte. Zerlege dann die Fläche in geeignete Teilflächen. Liste deinen Rechenweg mit Zwischenschritten auf und erläutere, wie sich die Gesamtfläche aus den Teilflächen zusammensetzt.

Bevor die Lösung der KI überprüft wird, stellen wir noch ein paar Vorüberlegungen an.

Aufgabe 1

Überlege, wie du die Aufgabe lösen würdest. **Zerlege** dazu die Fläche in geeignete Teilflächen, für die der Flächeninhalt leicht zu berechnen ist. **Zeichne** deine Idee in die Abbildung mit ein. Die konkreten Rechnungen sollst du an dieser Stelle aber nicht durchführen.

Aufgabe 2

Überlege, welche Fehler die KI bei der Lösung der Aufgabe machen könnte. **Nenne** mindestens drei mögliche Fehlerquellen.



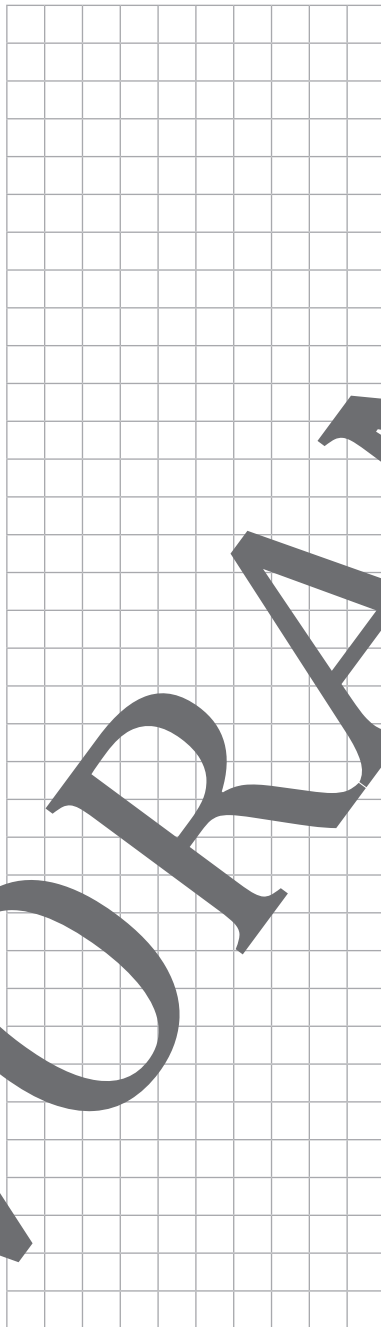
M 3

Erarbeitung: Kann eine Künstliche Intelligenz den Inhalt von Flächen korrekt berechnen?



Aufgabe

Die Abbildung zeigt die Lösung von ChatGPT 4 für die Aufgabe zur Flächenberechnung. **Markiere** zunächst alle fehlerhaften Stellen in der Abbildung. **Notiere** dann jeweils daneben eine Erläuterung zu dem Fehler in den Rechenkästchen



= ChatGPT 4

Aus dem Gitter können wir erkennen, dass:

- Punkt A bei (1, 6) liegt.
- Punkt B bei (5, 6) liegt.
- Punkt C bei (7, 1) liegt.
- Punkt D bei (3, 1) liegt.
- Punkt E bei (1, 3) liegt.

Jetzt kann die Fläche in Teilflächen zerlegt werden:

1. Ein Rechteck ADHE (H ist der hypothetische Punkt bei (3, 6)).
2. Ein Dreieck ABC.
3. Ein Dreieck EDC.

Die Gesamtfläche ergibt sich aus der Summe der Flächen dieser Teilflächen. Dabei werden die Flächen der Dreiecke ABC und EDC von der Fläche des Rechtecks ADHE abgezogen, da sie über die Fläche des Rechtecks hinausgehen.

Die Fläche des Rechtecks berechnet sich als Produkt der Länge und der Breite. Für die Dreiecke wird die Fläche als die Hälfte des Produkts aus Grundseite und Höhe berechnet.

Bei der Berechnung der Flächen ergibt sich folgendes:

1. Die Fläche des Rechtecks ADHE (zwischen den Punkten A(1,6), D(3,1), und H(3,6)) beträgt $(3 - 1) \times (6 - 1) = 10 \text{ cm}^2$.
2. Die Fläche des Dreiecks ABC (mit der Grundseite AB und der Höhe von Punkt C auf AB) beträgt $\frac{1}{2} \times (5 - 1) \times (6 - 1) = 10 \text{ cm}^2$.
3. Die Fläche des Dreiecks EDC (mit der Grundseite ED und der Höhe von Punkt C auf ED) beträgt $\frac{1}{2} \times (3 - 1) \times (3 - 1) = 2 \text{ cm}^2$.

Um die Gesamtfläche des Vielecks zu erhalten, müssen wir die Fläche des Rechtecks ADHE nehmen und die Flächen der Dreiecke ABC und EDC abziehen:

Gesamtfläche = Fläche von ADHE - (Fläche von ABC + Fläche von EDC)
 Gesamtfläche = $10 \text{ cm}^2 - (10 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2)$
 Gesamtfläche = $10 \text{ cm}^2 - 12 \text{ cm}^2$
 Gesamtfläche = -2 cm^2

Dieses Ergebnis ist nicht sinnvoll, da Flächeninhalte nicht negativ sein können. Der Fehler liegt darin, dass die Fläche des Dreiecks ABC nicht abgezogen, sondern zu der des Rechtecks ADHE hinzugefügt werden sollte, da das Dreieck ABC über die Fläche von ADHE hinausgeht. Wir müssen also die Flächen von ABC und EDC zur Fläche des Rechtecks ADHE hinzufügen, um die Gesamtfläche des Vielecks zu erhalten:

Gesamtfläche = Fläche von ADHE + Fläche von ABC + Fläche von EDC
 Gesamtfläche = $10 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 + 2 \text{ cm}^2$
 Gesamtfläche = 22 cm^2

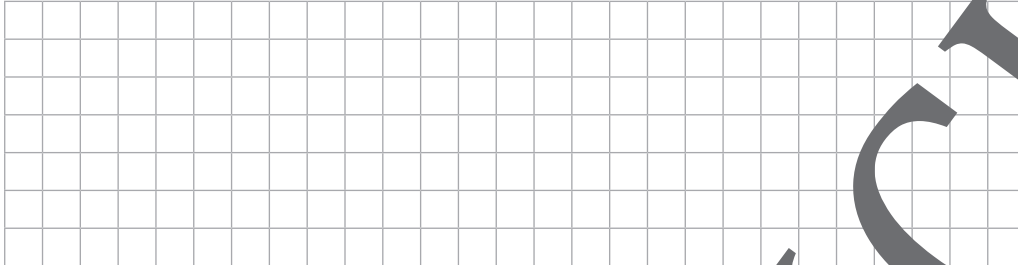
Das ist die korrekte Gesamtfläche des Vielecks. [-]

Sicherung: Kann eine Künstliche Intelligenz den Inhalt von Flächen korrekt berechnen?

M 4

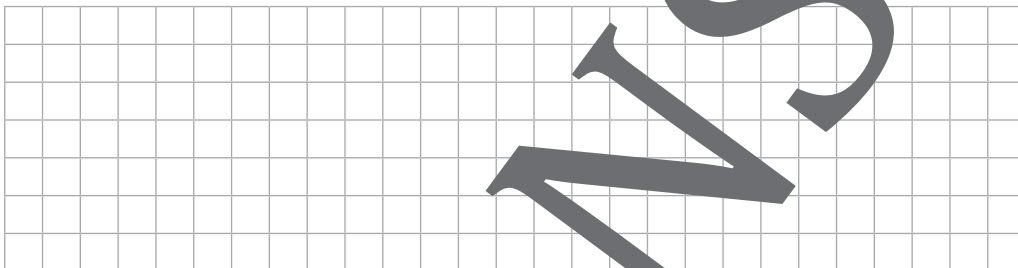
Aufgabe 1

Welche Fehler hat die KI bei der Berechnung des Flächeninhaltes gemacht? Hast du bereits einige dieser Fehler vorausgesehen (siehe Aufgabe zu M 2)? **Beschreibe.**



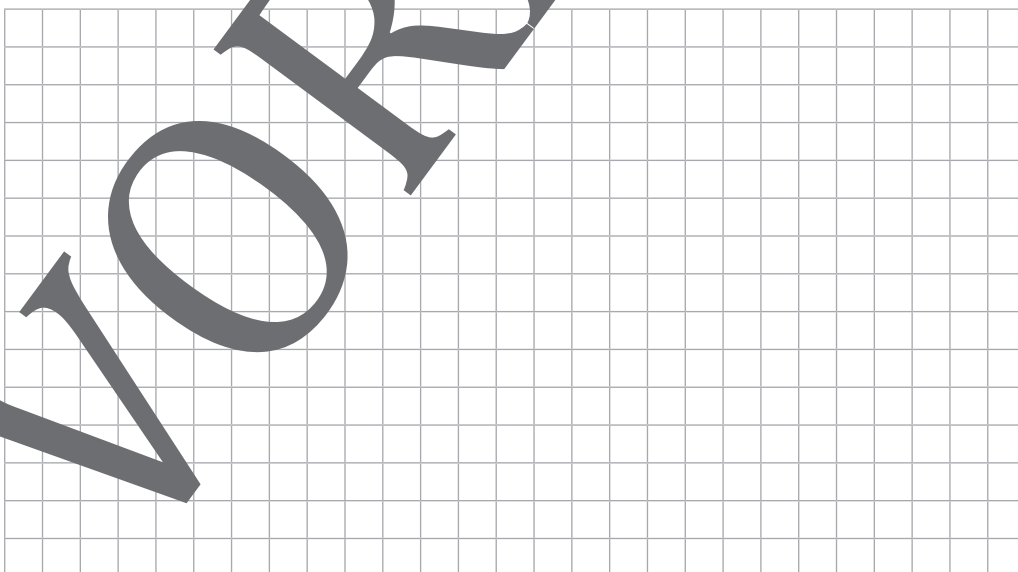
Aufgabe 2

Wie beurteilst du die Fähigkeit der KI, solche Arten von Aufgaben zu lösen? **Begründe** deine Antwort.



Aufgabe 3

Erstelle eine korrekte Lösung für die Aufgabe 1 zur Flächenberechnung. **Wähle** dabei einen korrekten Rechenweg. Der Umfang deiner Lösung und die Art der Erläuterungen sollen ähnlich sein wie in der von KI erstellten Lösung.



Kann eine KI Aufgaben zur Oberflächenberechnung von Zylindern korrekt lösen?

M 6

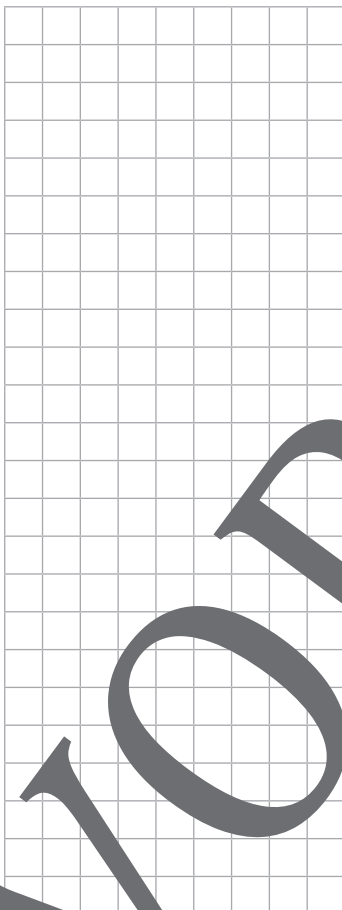
Die Abbildung auf dieser Seite enthält den Lösungsvorschlag einer KI für eine Aufgabe zur Oberflächenberechnung. Diese Lösung soll mit den folgenden Aufgaben untersucht werden. Allerdings sind die von KI erstellten Lösungen nicht immer fehlerfrei. Sei also bei der Überprüfung kritisch und achte auf jedes Detail.

Aufgabe 1

Wie lautet die Formel zur Berechnung der Oberfläche eines Zylinders mit der Höhe h und dem Radius r . **Notiere** die Formel hier:

Aufgabe 2

Prüfe die Lösung der KI sorgfältig und **markiere** die fehlerhaften Stellen mit einem roten Stift. **Notiere** anschließend deine Korrektur in den Rechenkästchen:



☰ Bard Experiment

+ ⋮

J Die Oberfläche eines Zylinders beträgt $188,5 \text{ cm}^2$. Der Grundkreisradius beträgt 3 cm . Bestimme die Mantelfläche und die Höhe des Zylinders?

Weitere Vorschläge ansehen ▾ 🔊

Die Oberfläche eines Zylinders setzt sich aus zwei Kreisflächen und einer Mantelfläche zusammen. Die Kreisflächen eines Zylinders betragen jeweils πr^2 , wobei r der Radius des Grundkreises ist.

In diesem Fall beträgt der Radius $r = 3 \text{ cm}$, sodass die Kreisflächen jeweils πr^2 betragen.

Die Gesamtfläche der Kreisflächen beträgt also $2 * 9\pi = 18\pi \text{ cm}^2$.

Die Mantelfläche eines Zylinders beträgt $2\pi r h$, wobei r der Radius des Grundkreises und h die Höhe des Zylinders ist.

Die Oberfläche des Zylinders beträgt $188,5 \text{ cm}^2$, die Kreisflächen betragen $18\pi \text{ cm}^2$, sodass die Mantelfläche $188,5 - 18\pi = 188,5 - 56,5 = 132 \text{ cm}^2$ beträgt.

Die Höhe des Zylinders h kann nun mit Hilfe der Formel $2\pi r h = 132 \text{ cm}^2$ berechnet werden.

$$2\pi r * h = 132 \text{ cm}^2$$

$$6 * h = 132 \text{ cm}^2$$

$$h = 132 \text{ cm}^2 / 6 \text{ cm}$$

$$h = 22 \text{ cm}$$

Die Mantelfläche des Zylinders beträgt 132 cm^2 und die Höhe des Zylinders beträgt 22 cm .



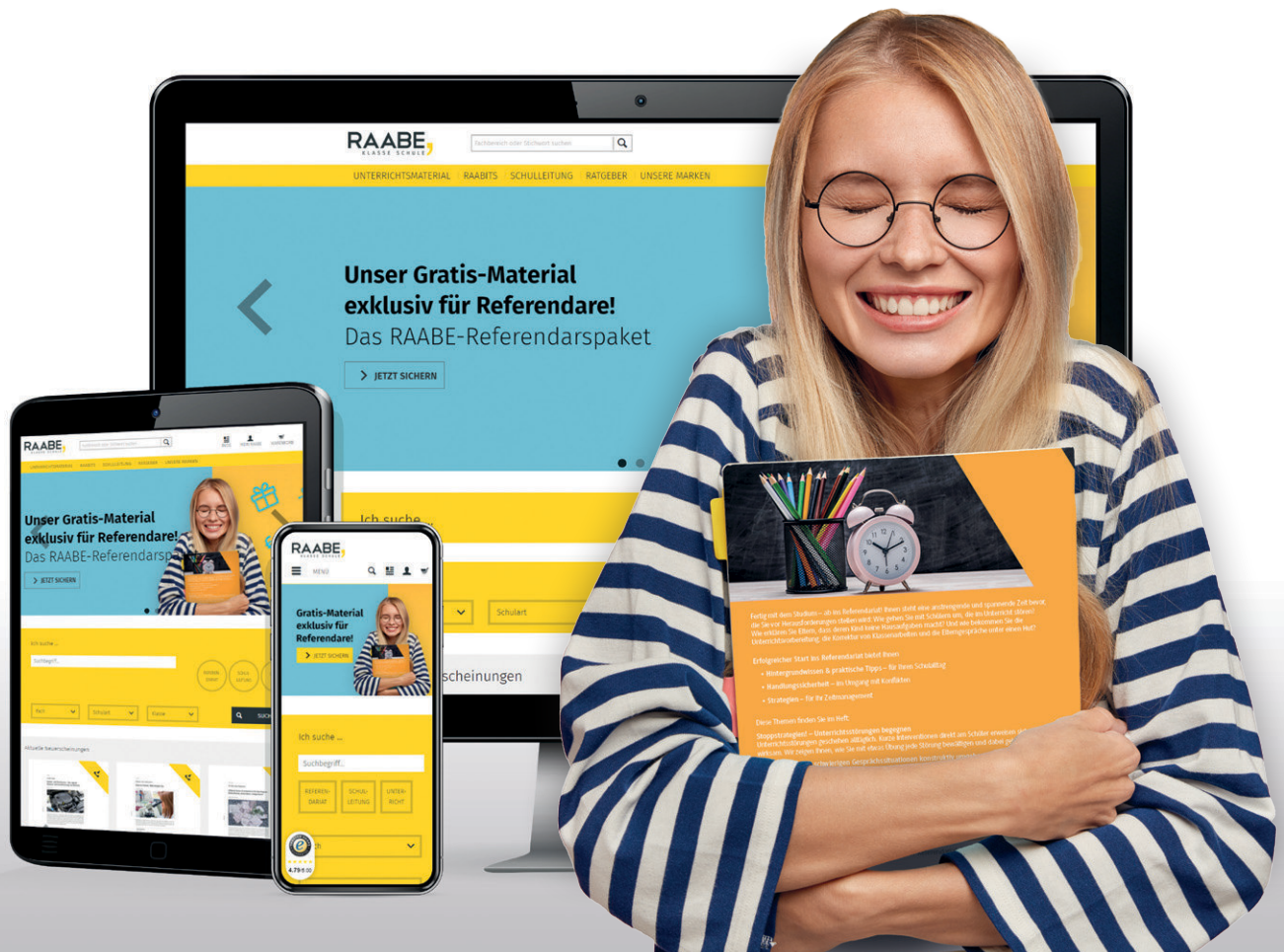
Prompt hier eingeben



Bard zeigt möglicherweise fehlerhafte Informationen an, z. B. zu Personen. Prüfe daher die Antworten noch einmal.
Datenschutz und Bard

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



✓ **Über 5.000 Unterrichtseinheiten**
sofort zum Download verfügbar

✓ **Webinare und Videos**
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung

✓ **Attraktive Vergünstigungen**
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt

✓ **Käuferschutz**
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de