

III.55

Form und Raum

Beweisen mit Kongruenzsätzen – Sprachsensibel formal-logische Beweisführung erlernen

Marc Eßer



© RAABE 2023

© pinstock/E+; verändert

In dieser Unterrichtseinheit werden die Lernenden sprachsensibel an Wenn-dann-Satzkonstruktionen herangeführt. Sie lernen unter Verwendung von Kongruenz- und Winkelsätzen sachlogische Argumente zu nutzen und Argumente zu Argumentationsketten zu verknüpfen. Dabei beurteilen sie, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind. Die strukturierte Beweisführung nach Euklid mit Behauptung, Voraussetzung und Beweis steht im Vordergrund. Die Einheit kann gut als Gruppenarbeit eingesetzt werden, sodass Schüleraktivität und soziale Kompetenzen gleichermaßen gestärkt werden. Differenzierung und individuelle Förderung werden durch Erklärvideos, Veranschaulichung durch GeoGebra und „Spickzettel“ ermöglicht.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	8–10
Dauer:	2 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Winkel- und Kongruenzsätze; geometrische Eigenschaften des Dreiecks
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Tk = Tippkarten; Üb = Übersicht
Planung für 2 Stunden

Einstieg

Thema: Grundlagen: Wenn ... , dann ... – Sprachsensibles Argumentieren

M 1 (Ab) „Wenn ..., dann ...“ – Beweisstrukturen sprachlich erfassen

M 2 (Ab) Der Basiswinkelsatz – Beweis

Erarbeitung

Thema: Materialgestütztes Beweisen mathematischer Sätze in kooperativer Gruppenarbeit

M 3 (Ab) Beweis Satz 1

M 4 (Ab) Beweis Satz 2

M 5a (Ab) Beweis Satz 3

M 5b (Tk) Tippkarten zur Differenzierung von Satz 3



Ergebnissicherung

Thema: Übersicht der 4 Sätze

M 6 (Üb) Übersicht der 4 Sätze – Satz voraussetzung, Beweis

Wiederholung

Thema: Wiederholung der Kongruenzsätze

M 7 (Üb) Kongruenzsätze in der Übersicht

Lösung

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 19.

M 1 „Wenn ..., dann ...“ – Beweisstrukturen sprachlich erfassen

Noah behauptet:



Grafik: Julia Lenzmann

Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht,
dann kann sie Strolch auf dem Schulweg treffen.

Stimmt Noahs Behauptung? Finde es heraus!



Aufgabe 1

Über Susi und Strolchs Morgen haben wir folgendes Wissen:

Wenn Susi gute Laune hat,	dann besucht sie Strolch nach der zweiten Pausen ihren Müsliriegel.
Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht,	dann bekommt sie den frühen Bus.
Wenn Susi auf dem Weg Strolch trifft,	dann ist sie um 7:45 Uhr an der Schule.
Wenn Susi den Müsliriegel erwischt,	dann kann sie Strolch auf dem Weg zur Schule treffen.
Wenn Susi früh aufsteht,	dann frühstückt sie noch zu Hause.

- Schneide die Dominosteine aus.
- Lege die Dominosteine nun geschickt **aneinander**.
 a) Gehe dabei mit der Aussage „Wenn Susi vor 7:10 Uhr aus der Wohnung geht, ...“.
 Kannst du die Steine so aneinanderlegen, dass du bei der Aussage „... dann kann sie Strolch auf dem Schulweg treffen.“ endest?
 Dann stimmt Noahs Behauptung. Falls nicht, haben wir entweder zu wenig Wissen oder Noahs Behauptung stimmt nicht.
 b) Welche Dominosteine, die du zur Überprüfung von Noahs Behauptung nicht brauchst? **Gib an**.



Aufgabe 2

- Entscheidet** zu zweit: Welcher Bestandteil des Satzes ist eine Voraussetzung, welcher ist die Folge?
- Gibt es Signalwörter? **Unterstreiche** sie in jedem Satz.

M 3



Beweis Satz 1

Aufgaben

1. **Schneidet** die Kärtchen aus.
2. **Ordnet** die Teilstücke des mathematischen Beweises in der richtigen Reihenfolge an.
3. **Ergänzt** die Lücken.
4. **Kontrolliert** eure Lösung und **klebt** die Kärtchen, dann in der richtigen Reihenfolge in euer Heft.
Tipp: Markiert die Kärtchen nach **Voraussetzungen** (orange), **Beweisschritte** (blau) und dem fertigen **Satz** (grün) farbig.

Wenn in einem Dreieck die Summe zweier Winkel 90° groß ist,	$\alpha + \beta = 90^\circ$
$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$	Das Dreieck ist ein <u> </u> .
Also ist das Dreieck <u> </u> dann ist das Dreieck rechtwinklig.	Die Winkelsumme im Dreieck ist <u> </u> .
Die Winkelsumme im Dreieck <u> </u> gilt nach dem Innenwinkelsummensatz.	

Richtige Reihenfolge der Satzbausteine:

Die Voraussetzung:

Beweis:

VORANSICHT

Kongruenzsätze in der Übersicht

M 7

Definition: Kongruenz bei Dreiecken

Kongruent ist ein anderes Wort für *deckungsgleich*.

Zwei Dreiecke nennt man in der Mathematik *kongruent*, wenn man sie ausschneiden könnte und sie dann ganz genau aufeinanderpassen. Du kannst dir das auch über diese GeoGebra Datei anschauen: <https://raabe.click/ggb-III55-M7>

Oder mathematisch ausgedrückt:

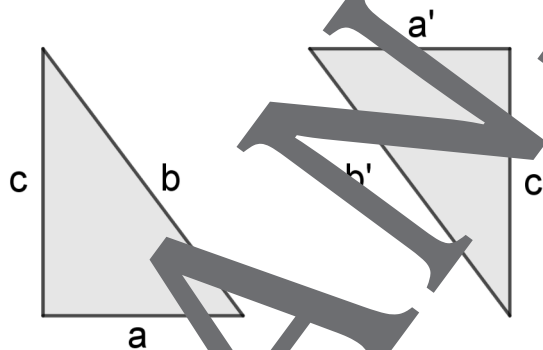
Zwei Dreiecke sind *kongruent*, wenn sie in allen Seiten und Winkeln übereinstimmen.

Es gibt vier Kongruenzsätze.

Wenn ein Kongruenzsatz auf zwei Dreiecke zutrifft, dann sind sie deckungsgleich.

Kongruenzsatz SSS

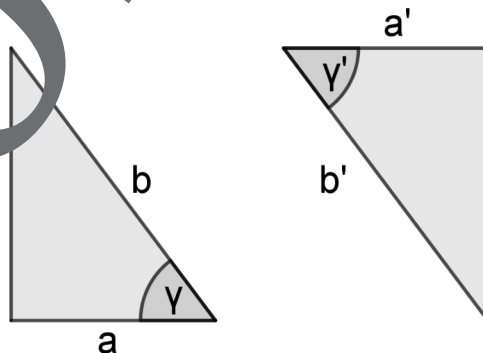
Zwei Dreiecke sind genau dann deckungsgleich, wenn alle drei Seiten gleich lang sind.



S = Seite
W = Winkel

Kongruenzsatz SWS

Zwei Dreiecke sind genau dann deckungsgleich, wenn zwei der Seiten und der eingeschlossene Winkel gleich groß sind.



Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de