

III.37

Form und Raum

Wenn sich Dreiecke ähneln – Kongruenzsätze und Flächeninhalt

Von Andreas Gensheimer

Illustriert von Julia Lenzmann



© kadmy / iStock / Getty Images Plus

Dreiecke sind vielseitige Bauelemente von Konstruktionen, die in der Technik stabile Konstruktionen gewährleisten. Zudem lassen sich aus wenigen Angaben die restlichen benötigten Größen ermitteln. So wird bei der Landvermessung ein Gebiet mit einem Netz aus Dreiecken überzogen, um für Planungen und Bebauung die Maße zu bekommen.

KOMPETENZ

Klassenstufe/Lernjahr: 7–8

Dauer: 2 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), Mathematisch kommunizieren (K6)

Thematische Bereiche: Geometrische Grundbegriffe: Gerade, Halbgerade, Parallele, Schnittpunkt, Winkel, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende; kongruente Dreiecke, Kongruenzsätze, Flächeninhalt von Dreiecken

Medien: Geogebra

Auf einen Blick

1./2. Stunde

Thema	Vorwissen aktivieren
M 1	Ein Rätsel zu den geometrischen Grundbegriffen
M 2	Geometrische Konstruktionen – wiederhole dein Wissen!
M 3	Tippkarten zu Material M 2
M 4	Achsensymmetrische Figuren – wiederhole dein Wissen!

Benötigt:	<input type="checkbox"/> Bleistift
	<input type="checkbox"/> Geodreieck
	<input type="checkbox"/> Zirkel

3.-5. Stunde

Thema	Die drei anderen Kongruenzabbildungen einführen
M 5	So geht's: an einem Punkt spiegeln, um einen Punkt spiegeln, verschieben
M 6	Die Punktspiegelung
M 7	Die Drehung
M 8	Die Verschiebung

Benötigt:	<input type="checkbox"/> Bleistift
	<input type="checkbox"/> Geodreieck
	<input type="checkbox"/> Zirkel
	<input type="checkbox"/> Schere

6. Stunde

Thema	Kongruente Figuren
M 9	Welche Dreiecke sind deckungsgleich?
M 10	Folie: Kongruente Dreiecke entdecken

Benötigt:	<input type="checkbox"/> Overheadprojektor/Dokumentenkamera/
	<input type="checkbox"/> Bleistift
	<input type="checkbox"/> Geodreieck
	<input type="checkbox"/> Schere

7. Stunde

Thema	Kongruente Figuren
M 11	Die Kongruenzsätze für Dreiecke
M 12	Die Kongruenzsätze anwenden

- Benötigt:**
- Bleistift
 - Geodreieck
 - Zirkel

8./9. Stunde

Thema	Der Flächeninhalt von Dreiecken
M 13	So berechnest du den Flächeninhalt von Dreiecken
M 14	Jetzt bist du dran! – Übungsaufgaben

- Benötigt:**
- Bleistift
 - Geodreieck
 - Zirkel

Minimalplan

Je nach Bundesland wird der Flächeninhalt von Dreiecken erst in späteren Klassenstufen erarbeitet. M 13 und M 14 können in der Folge ausgespart werden. Ebenso ist es möglich in diesem Fall M 5 – M 8 als Wiederholung der Kongruenzsätze zu nutzen, um dann zu den Flächeninhalten von Dreiecken über zu gehen.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 25.

M 2

Geometrische Konstruktionen – wiederhole dein Wissen.

Aufgabe 1: Geometrische Grundbegriffe anwenden

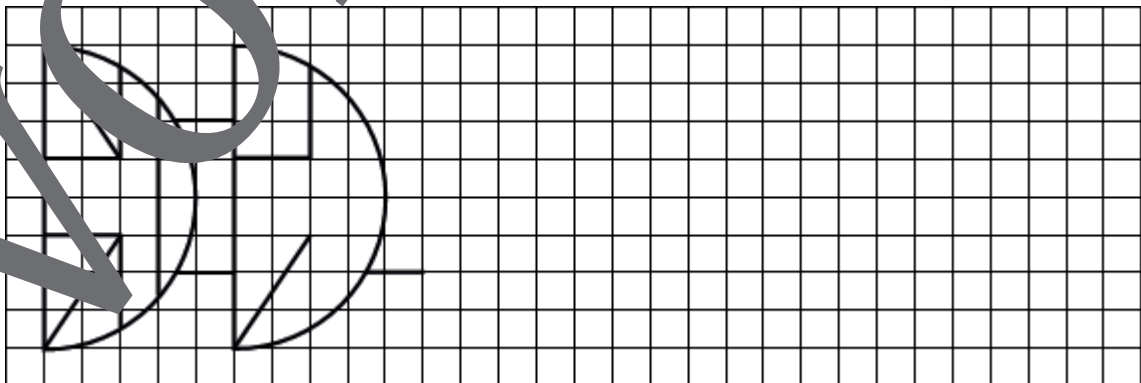
1. Zeichne eine Gerade durch die Punkte P und Q.
2. Verbinde die beiden Punkte P und R durch eine Halbgerade, die im Punkt P endet.
3. Miss den Winkel $\angle RPQ$.
4. Konstruiere die Winkelhalbierende zum Winkel aus Schritt 3.
5. Zeichne eine Parallele zur Winkelhalbierenden aus Schritt 4 durch den Punkt S.
6. Miss den Abstand von Punkt S zur Halbgeraden PR.
7. Zeichne die Strecke von S zu Q und miss ihre Länge.
8. Konstruiere die Mittelsenkrechte zur Strecke \overline{QS} .

**Aufgabe für Experten: Sauberes Zeichnen**

- a) Setze das Muster fort. Achte dabei auf saubere, nicht zu dicke Linien.

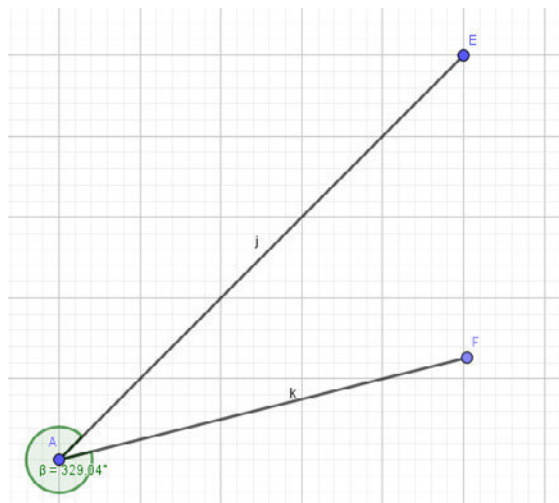
Tipp Der Anfang ist schon gemacht.

Du darfst ein eigenes Muster im Heft und lasse es deinen Nachbarn fortsetzen.

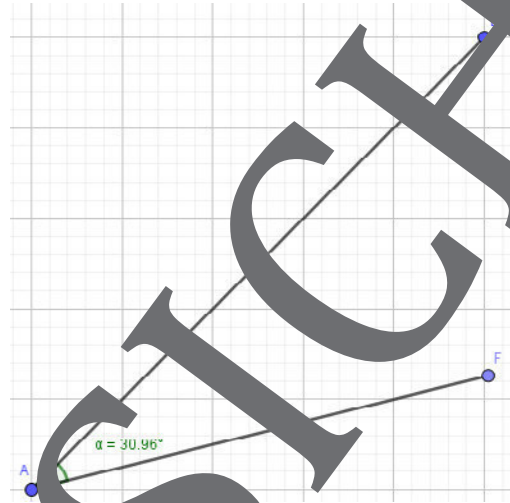


Tipp: Winkel

– Ein **Winkel** wird von zwei **Schenkeln** begrenzt, die einen gemeinsamen Anfangspunkt (**Scheitelpunkt**) haben.

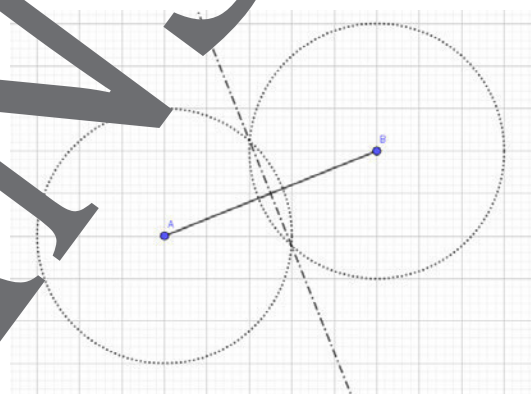


– Winkel werden immer **gegen den Uhrzeigersinn** gemessen, vom 1. zum 2. Schenkel.



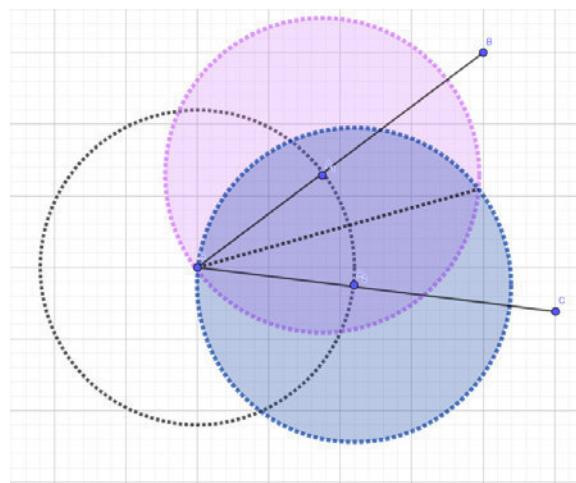
Tipp: So konstruierst du die Mittelsenkrechte

1. Um die beiden Endpunkte der Strecke schlägst du jeweils einen Kreis mit gleichem Radius. Der Radius ist größer als die Hälfte der Strecke.
2. Du verbindest die Schnittpunkte der beiden Kreise.



Tipp: So konstruierst du die Winkelhalbierende

1. Um den Scheitelpunkt des Winkels schlägst du einen Kreisbogen, der beide Schenkel schneidet, d. h. mit einem Radius, der kleiner ist als der kleineren Schenkel.
2. Mit jeweils gleichem Radius ziehst du Kreisbögen um die Schnittpunkte aus Schritt 1, so, dass sie sich schneiden.
3. Den entstandenen Schnittpunkt verbindest du mit dem Scheitelpunkt.



M 13

So berechnest du den Flächeninhalt von Dreiecken

Mit Dreiecken kann man einfache Parkettierungen legen. Dreiecke halten Bauwerke und Maschinen stabil, wie z. B. Kräne und Dächer von Gebäuden und Stadien.

Hier drei Beispiele:



My Zeil (Fenster)



Kran



Konstruktion aus Dreiecken

© von links nach rechts: Pixelio, W. Drisch, T. Reinhardt

Von Interesse ist dann zum Beispiel, wie viel Glas benötigt wird, um das Dach zu decken, oder wie groß die Fliesen für das Parkett sind.



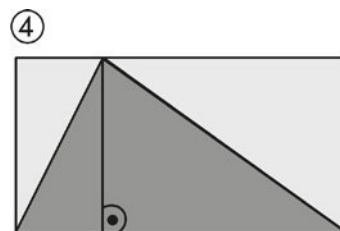
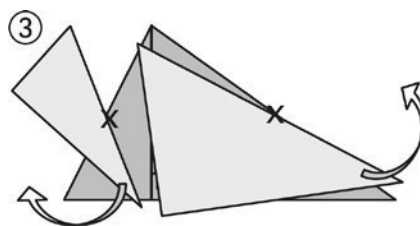
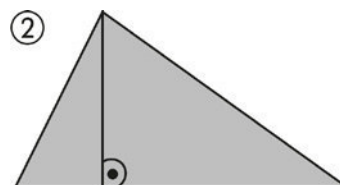
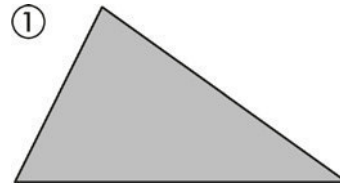
Merke

Zur Berechnung des **Flächeninhalts eines Dreiecks** brauchst du eine Seite und die zu dieser Seite gehörende Höhe.

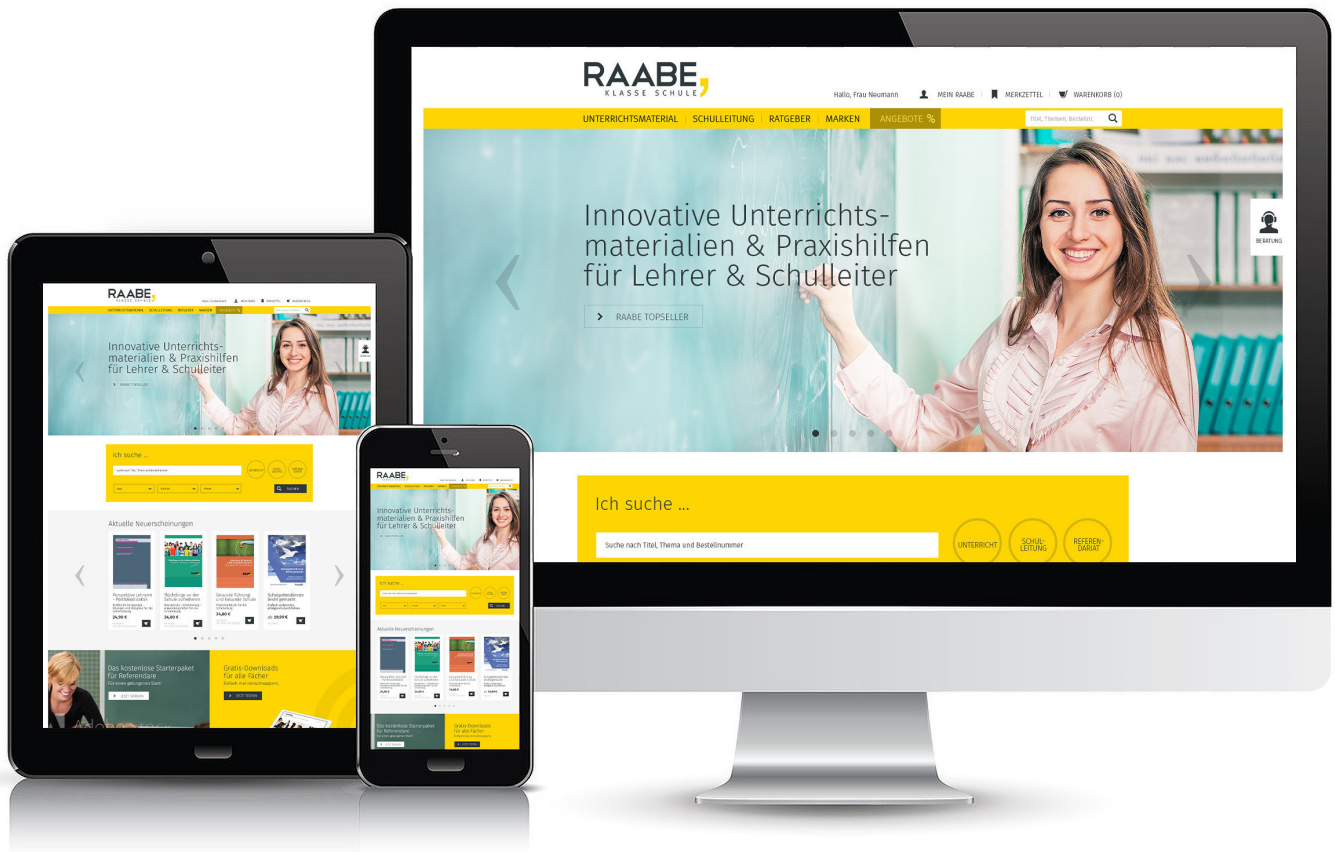
Aufgabe

Beschreibe die einzelnen Schritte. Beantworte dazu die folgenden Fragen. Begründe deine Entscheidungen jeweils mathematisch.

- Welche Linie wurde in das Dreieck eingezeichnet?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es hierfür?
- Was wird mit den hellgrauen Dreiecken gemacht?
- Was kannst du über die hellgrauen Dreiecke und über das Ursprungsdreieck sagen? Welche Figur entsteht dabei?
- Was bedeutet die Formel für den Flächeninhalt der entstandenen Figur?
- Wie groß ist dann der Flächeninhalt des ursprünglichen Dreiecks? Wie viele Möglichkeiten gibt es, den Flächeninhalt zu berechnen?



Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de