Virtuelle Reisen – Google Earth im Mathematikunterricht

Ein Beitrag von Jens Mittag, Oxbüll
Ilustriert von Liliane Oser, Hamburg

Eine virtuelle Reise zu besonderen Orten verbunden mit Mathematik

Klasse	10
Dauer	9 Stunden
Inhalt	Satz des Pythagoras; Trigonometrie; Körperberechnung an Pyramiden, Prismen, Zylindern, Kreisen und Kugeln
Kompetenzen	Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), kommunizieren (K6)
Ihr Plus	Materialien für jedes Niveau: Zusatzaufgaben sowie Tippkarten

Didaktisch-methodische Hinweise

Der vorliegende Beitrag bietet Ihnen eine **Aufgabensammlung** mit Beispielaufgaben. Erstellen Sie mithilfe des ausgearbeiteten Materials und der enthaltenen Anregungen eigene Aufgaben mit **Google Earth** als Hilfsmittel für Ihren Unterricht.

Was ist das Besondere an dieser Unterrichtseinheit?

Google Earth erlaubt Ihren Lernenden virtuelles Reisen im Unterricht. Durch die Funktionen von Google Earth sind Ihre Schülerinnen und Schüler in der Lage, benötigte Angaben selbst auszumessen. Dieses ermöglicht Ihnen eine neue Art der Aufgabenstellung.

Das sollten Ihre Schüler bereits können

Ihre Schülerinnen und Schüler sollten für die Materialien **M 2** und **M 3** die Grundlagen der Trigonometrie beherrschen, für die Arbeitsblätter **M 4** und **M 5** ist die Berechnung der Fläche und des Umfangs von Figuren sowie die Oberflächen- und Volumenberechnung von Körpern nötig.

Wie ist die Unterrichtseinheit aufgebaut?

Beginnen Sie mit **M 1** mit **Grundlagen für Google Earth**, die für die Aufgabenbearbeitung benötigt werden. Kopieren Sie dieses Arbeitsblatt, damit sich Ihre Lernenden die Funktionen in Erinnerung rufen können. Es ersetzt jedoch keine Einführung durch Sie als Lehrkraft. Setzen Sie die Materialien **(M 2–M 5)** je nach Themenschwerpunkt ein. Das Niveau steigt von Aufgabe zu Aufgabe. Für schnellarbeitende Lernende sind Zusatzaufgaben vorhanden **(M 2–M 4).** Die Arbeitsblätter bieten eine **Kurzanleitung** für die jeweils benötigten Funktionen von Google Earth. **Tippkarte** hinter einer Überschrift bzw. Aufgabennummer bedeutet, dass eine Tippkarte für Google Earth in **M 6** enthalten ist. **M 7** bietet Ihnen Tippkarten zu den **mathematischen Bereichen**. Jedes Material kann als **Partner- oder Gruppenarbeit** bearbeitet werden. Eine Auflistung wichtiger Funktionen finden Sie in der Datei **Kleines_Handbuch_Google_Earth.doc** im Zusatzmaterial auf der **CD 35**.

Extra

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schüler

Die Schülerinnen und Schüler …

- lösen Probleme mathematisch (K2), indem sie Strecken ermitteln, um benötigte Angaben zu errechnen.
- modellieren mathematisch (K3), indem sie ihre Ergebnisse in Sachsituationen unter Einbeziehung des gewählten Modells überprüfen und interpretieren.
- kommunizieren (K6), indem sie sich über Vorgehensweisen, Rechenwege und Ergebnisse austauschen.

Der Umgang mit Google Earth

Laden Sie das Programm aus dem Internet herunter und installieren Sie es. Finden Sie die Installationsdatei, indem Sie z. B. in einer Suchmaschine die Schlagworte **Google Earth Download** eingeben. Es gibt eine kostenlose und eine professionelle Version. Die professionelle Version bietet u. a. eine bessere Auflösung und mehr Werkzeuge. Die Materialien in diesem Beitrag wurden für die kostenlose Version erstellt. Unter dem Menüpunkt **Tools** finden Sie den Eintrag **Optionen**. Bei dem Reiter **Allgemein** ist standardmäßig ein Haken vor **Nutzungsstatistiken an Google senden** gesetzt. Wollen Sie dies nicht, entfernen Sie den Haken. In demselben Menü unter **Optionen** lohnt es sich, unter der Fahne **3D-Ansicht** einen Haken vor **Gelände mit hoher Qualität verwenden** zu machen, solange Ihre Internetgeschwindigkeit es zulässt. Achten Sie außerdem darauf, dass auf diesem Reiter unter **Breite/Länge anzeigen** die Option **Grad, Minuten, Sekunden** ausgewählt ist. Auf den Materialseiten sind die Koordinaten in diesem System angegeben.

Auf einen Blick

Stunde 1		**Einstieg in Google Earth**
M 1	(Ab)	Ferne Orte – so reist du mit Google Earth!
Stunde 2–5		**Themengebiet Dreiecke**
M 2	(Ab)	Auf zum Gipfel! – Rechnen mit rechtwinkligen Dreiecken
M 3	(Ab)	Auf dem Meer unterwegs – Winkel in der Navigation
Stunde 6–9		**Themengebiet Körper**
M 4	(Ab)	Gebäude in allen Formen – Pyramiden, Prismen und Zylinder
M 5	(Ab)	Figuren in der Welt – Kreise und Kugeln
Zusatzmaterialien		
M 6	(Tk)	Tippkarten für die Verwendung von Google Earth
M 7	(Tk)	Tippkarten zur Berechnung von Figuren und Körpern

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt; **Tk:** Tippkarten

Zusatzmaterial auf CD 35

zu M 1	Die Welt von oben.doc	Bild aus Google Earth mit und ohne Bedienelementen
zu M 2	Orte_M_2_Aufgabe_1.kmz	Ortsdateien für Google Earth
zu M 2	Orte_M_2_Zusatzaufgabe.kmz	Ortsdateien für Google Earth
zu M 3	Orte_M_3_Aufgabe_1.kmz	Ortsdateien für Google Earth
zu M 3	Orte_M_3_Aufgabe_2.kmz	Ortsdateien für Google Earth
zu M 3	Orte_M_3_Zusatzaufgabe.kmz	Ortsdateien für Google Earth
Kleines_Handbuch_fuer_Google_Earth.doc		Anleitung für Google Earth

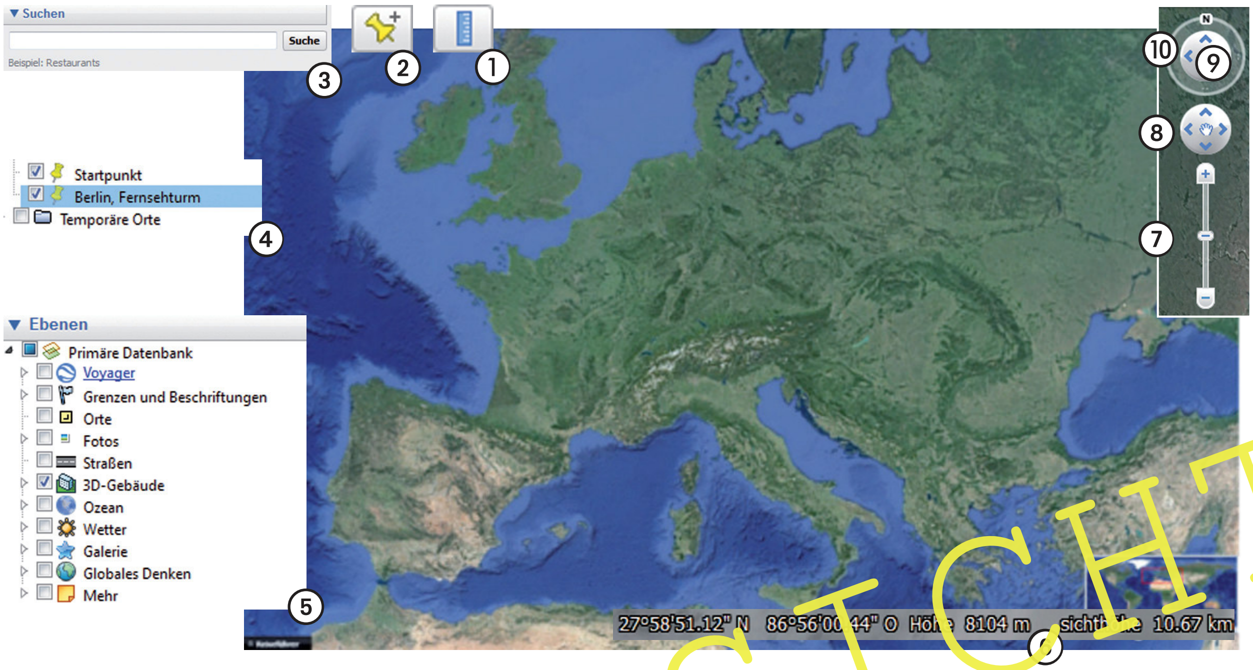
Minimalplan

Oft ist die Zeit knapp. Nutzen Sie die Materialien entweder als Gruppenarbeit zur Wiederholung oder als Vertiefung für ein bestimmtes Thema. In beiden Fällen sollten Sie Ihren Schülerinnen und Schülern M 1 aufgeben, um sich mit Google Earth vertraut zu machen.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 14.

M 1 Ferne Orte – so reist du mit Google Earth!

Mit **Google Earth** kannst du jeden Ort der Welt besuchen. Hier ein paar Tipps, die dir dabei helfen:



	Funktionen mit Maustasten		
Zoom	Rechte Maustaste drücken, Maus nach oben und unten bewegen oder ❼	**Bewegen**	Linke Maustaste drücken, Maus in die Richtung bewegen oder ❽
	Funktionen des Programms		
❶	Messen von Längen zwischen Punkten	❺	Anklicken, was noch angezeigt werden soll
❷	Markieren von Orten	❻	Zoome bei manchen Aufgaben dichter an die Erde. Hier kannst du deine Entfernung kontrollieren.
❸	Eingabe von Koordinaten oder Ortsnamen	❾	Senkrecht auf die Erde schauen: Drücke den Pfeil nach unten, bis sich der Bildschirm nicht mehr bewegt, jedoch kreist.
❹	Gespeicherte Orte sind hier zu sehen	❿	Einstellen der Himmelsrichtung, die auf dem Bildschirm oben ist. Ein Doppelklick auf N stellt Norden automatisch ein.

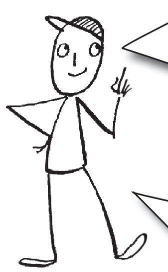
Aufgabe 1

Reise an folgende Orte und schaue dich mithilfe der angegebenen Funktionen um!

a) 52° 31′ 06,75″ N, 13° 22′ 34,84″ E

b) 40° 44′ 54″ N, 73° 59′ 8″ W

c) 33° 51′ 25″ S, 151° 12′ 54,5″ E



E bedeutet Ost (englisch: east).
Die Koordinaten 25° 11′ 49′′ N, 55° 16′ 27′′ E werden gelesen als: 25 Grad, 11 Minuten und 49 Sekunden Nord und 55 Grad, 16 Minuten und 27 Sekunden Ost.

Die **Einheiten** für Grad, Minuten und Sekunden musst du nicht eingeben. Es reicht, wenn du 52 31 06,75 N, 13 22 34,84 E in das Suchfeld eingibst.

Auf zum Gipfel! – Rechnen mit rechtwinkligen Dreiecken M 2

Du reist zu einem Basislager für eine Tour auf den Gipfel des Mount Everest.

Google Earth (Tippkarte)

- Reise an die Position 28° 8′ 29′′ N, 86° 51′ 5′′ E.
- Gib jetzt die folgenden Koordinaten des Gipfels in das Suchfeld ein: 27 59 18,07′′ N, 86 55 30,68 E und setze eine **Ortsmarkierung**.
- Verbinde nun das Basislager mit dem Gipfel durch eine Strecke, die beim Basislager beginnt, indem du auf das **Lineal** klickst und die Ortsmarkierungen nacheinander anklickst. Speichere diese Strecke.
- Drücke jetzt die rechte Maustaste und lasse dir das **Höhenprofil** anzeigen. Suche im Höhenprofil die Stelle, sodass an deiner markierten Strecke 17,5 km angezeigt wird. Halte nun die linke Maustaste gedrückt und ziehe mit der Maus bis zum Ende des Höhenprofils, also bis zum Gipfel. Die benötigten Daten stehen über dem Höhenprofil. Dort findest du z. B. die Entfernung. Dies ist die horizontale (waagerechte) Entfernung vom Startpunkt bei 17,5 km bis zum Gipfel. Es ist nicht die Strecke, die ein Bergsteiger tatsächlich gehen muss.

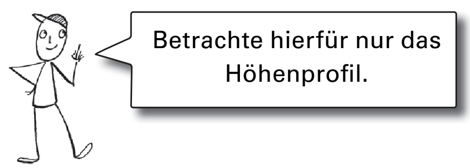
Aufgabe 1

a) *Berechne anhand des Höhenprofils die Länge des Weges, den ein Bergsteiger nach 17,5 km bis zum Berggipfel tatsächlich zurücklegen muss. Nimm an, dass der Weg geradlinig verläuft.*

b) *Bestimme den Winkel, unter dem der Berg auf diesem letzten Wegstück ansteigt.*

c) *Ermittle den Höhenunterschied, den ein Bergsteiger erreicht, wenn er 100 m in horizontaler Richtung zurücklegt. Welche Angabe von Google Earth entspricht diesem Höhenunterschied?*

Foto: Thinkstock/Hemera



Aufgabe 2

Stell dir vor, du stehst im Basislager und betrachtest den Mount Everest.
Bestimme den Winkel zwischen Horizont und Gipfel, unter dem du den Berg sehen würdest.

Zusatzaufgabe

Der Mount Everest ist der höchste Berg der Erde, wenn man die Höhe zwischen Gipfel und Meeresspiegel misst. Die Erde ist aber keine vollkommene Kugel, sondern am Äquator etwas dicker als an den Polen. Am Äquator gibt es einen Berg, der dich weiter wegbringt vom Erdmittelpunkt als der Mount Everest. Dieser Berg liegt in Ecuador und heißt Chimborazo (Gipfelkoordinaten: 1° 28′ 9,95″ S, 78° 49′ 02″ W; Basislagerkoordinaten: 1° 28′ 30,61″ S, 78° 50′ 45,48″ W).

Verbinde das Basislager mit dem Gipfel geradlinig. Vergleiche den Aufstieg zum Chimborazo mit dem Aufstieg zum Mount Everest aus Aufgabe 1. Berechne dazu die Wegstrecke, den Winkel und die Steigung in Prozent für den Aufstieg zum Chimborazo.

Foto: Thinkstock/iStock

Hinweise (M 1)

Erleichtern Sie Ihren Schülerinnen und Schülern den **Einstieg**, indem Sie ihnen an einem Beispiel zeigen, wie und an welcher Stelle man in Google Earth die Koordinaten eingibt und wie man sie liest. Die Koordinaten 25° 11′ 49′′ N, 55° 16′ 27′′ E (**Burj Khalifa** in Dubai) werden gelesen als „25 Grad, 11 Minuten und 49 Sekunden Nord und 55 Grad, 16 Minuten und 27 Sekunden Ost". Dabei folgen diese Angaben dem gängigen Koordinatensystem für die Erde. Die Einheiten für Grad, Minuten und Sekunden müssen Sie in Google Earth nicht eingeben. Beachten Sie, dass die Richtung Ost in Google Earth mit E abgekürzt wird (siehe Sprechblase auf M 1). Gehen Sie insbesondere auf da**s Eingabefeld** für die Koordinaten**, die gelbe Pinnnadel, das Lineal, die Regler** rechts im Bild und die Angabe der **Sichthöhe** ganz unten rechts ein. **Vor der Bearbeitung** der Materialien stellen Sie sicher, dass Ihre Schülerinnen und Schüler in Google Earth navigieren und zoomen können. Demonstrieren Sie es zunächst und lassen Sie Ihre Lernenden anschließend ausprobieren. Entfernen Sie im Fenster **Ebenen** unten links außerdem einige Haken, sodass der Hauptbildschirm beim Bearbeiten der Aufgaben nicht mit unnötigen Informationen überladen ist. Sie können dort sogar alle Haken entfernen, sodass Sie im Hauptfenster nur noch die Erde von oben und keine störenden Grenzlinien oder Ähnliches mehr sehen.

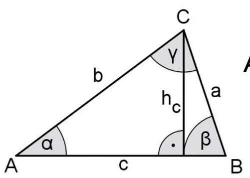
Hinweise (M 2)

Setzen Sie an den genannten Koordinaten zunächst eine **Ortsmarkierung** als Start- bzw. Endpunkt oder laden Sie die Koordinaten aus der mitgelieferten Datei. Um die Strecke einzuzeichnen, klicken Sie auf das Icon mit dem Lineal. Gehen Sie nun mit der Maus auf die Ortsmarkierung im Basislager und klicken einmal die linke Maustaste. Sie sollten darauf achten, dass die **Sichthöhe** nicht viel mehr als **6 km** beträgt, da Sie ansonsten den Startpunkt nicht genau treffen. Nun müssen Sie den Gipfel als Endpunkt suchen. Vergrößern Sie dazu die Sichthöhe, bis Sie den Gipfel sehen, und zoomen Sie bis auf eine Sichthöhe von **ca. 12 km** an den Gipfel heran. Gehen Sie mit der Maus auf den Gipfelpunkt und klicken Sie abermals die linke Maustaste. Im **Lineal-Fenster** drücken Sie nun den **Speicher-Knopf**. Nach dem Speichern bleibt die Gerade dauerhaft eingeblendet. Achten Sie darauf, dass Sie beim Legen der Strecke beim Basislager beginnen. Ansonsten passen die Formulierungen in der Aufgabe nicht zu dem Höhenprofil, das Sie in Google Earth sehen. Lassen Sie sich das Höhenprofil anzeigen. Eine Anleitung hierzu finden Sie in der Datei **Kleines_Handbuch_fuer_Google_Earth.doc** im Zusatzmaterial auf **CD 35.**

Zu Aufgabe 2: Da in der Aufgabenstellung keine Größe vorgegeben ist, erhalten Ihre Schülerinnen und Schüler keinen Hinweis auf einen möglichen Lösungsansatz. Sie müssen selbstständig einen Lösungsweg finden und die benötigten Längen ausmessen. Dies macht die Aufgabe anspruchsvoll. Einen Wert für den gesuchten Winkel können Sie aus dem horizontalen Abstand zwischen Basislager und Gipfel und der Höhe des Gipfels über dem Basislager berechnen. Die Höhe des Gipfels finden Sie, wenn Sie mit der Maus auf die Ortsmarkierung des Gipfels gehen und unten rechts im Bildschirm von Google Earth die Höhenangabe beachten. Die Bodenansicht darf dazu nicht aktiviert sein. Verschieben Sie nun die Maus in der Umgebung des Gipfels und finden Sie das Maximum der Höhe, indem Sie die Höhenangabe verfolgen. Die Entfernung zwischen Basislager und Gipfel können Ihre Schülerinnen und Schüler entweder mit dem Lineal-Werkzeug ausmessen oder dem Höhenprofil entnehmen. Beide Wege unterscheiden sich im Ergebnis leider um ca. 0,7 km.

M 7 Tippkarten zur Berechnung von Figuren und Körpern

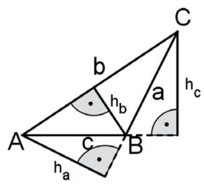
1 Allgemeines Dreieck mit Grundseite c und Höhe h_c



$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

2 Höhen im Dreieck

Eine **Höhe** ist eine Gerade, die im rechten Winkel auf der Grundseite steht und durch den gegenüberliegenden Eckpunkt verläuft.



3 Beliebige Dreiecke

Für die **Summe der Innenwinkel** gilt:

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Kosinussatz:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$

4 Rechtwinklige Dreiecke

Satz des Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$

Katheten: a und b

Hypotenuse: c

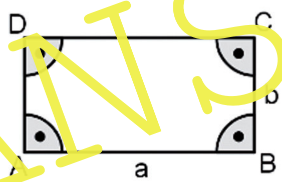
$$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete von } \varphi}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete von } \varphi}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete von } \varphi}{\text{Ankathete von } \varphi} = \frac{a}{b}$$

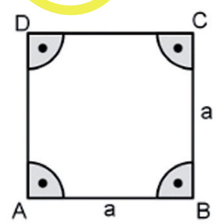
5 Rechteck mit Seitenlängen a und b

$A = a \cdot b$

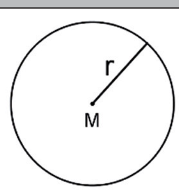


6 Quadrat mit Seitenlänge a

$A = a^2$



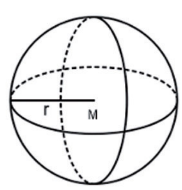
7 Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r



$A = \pi \cdot r^2$

$U = 2\pi r$

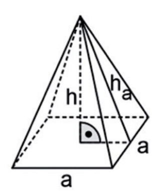
8 Kugel mit Mittelpunkt M und Radius r



$O = 4\pi r^2$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

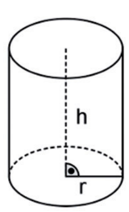
9 Quadratische Pyramide mit Höhe h



$O = a^2 + 2ah_a$

$V = \frac{1}{3}a^2 h$

10 Senkrechter Kreiszylinder mit Höhe h und Radius r

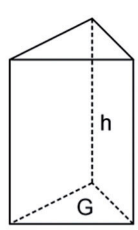


$O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi r\,(r + h)$

$V = \pi r^2 h$

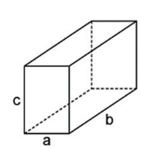
11 Gerades Prisma mit Grundfläche G, Mantelfläche M und Höhe h



$O = 2G + M$

$V = G \cdot h$

12 Quader mit Kantenlängen a, b und c



$O = 2ab + 2ac + 2bc$

$= 2(ab + ac + bc)$

$V = a \cdot b \cdot c$

Lösung (M 3) Auf dem Meer unterwegs

Aufgabe 1

a)

AB	BC	AC
47,3 km	32,4 km	35,2 km

b) Um die Winkel zu berechnen, wende zunächst den Kosinussatz an:

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 - 2 \cdot |AC| \cdot |BC| \cdot \cos\gamma$$

$$\Leftrightarrow \cos\gamma = -\frac{|AB|^2 - |AC|^2 - |BC|^2}{2 \cdot |AC| \cdot |BC|} = -\frac{(47,3\text{ km})^2 - (35,2\text{ km})^2 - (32,4\text{ km})^2}{2 \cdot 35,2\text{ km} \cdot 32,4\text{ km}} \approx \underline{0,0226}$$

$$\Rightarrow \gamma \approx \underline{88,706^\circ}$$

Da nun ein Paar aus Seite und gegenüberliegendem Winkel gegeben ist, kannst du den Sinussatz anwenden, um z. B. α auszurechnen:

$$\frac{\sin\alpha}{|BC|} = \frac{\sin\gamma}{|AB|}$$

$$\Leftrightarrow \sin\alpha = |BC| \cdot \frac{\sin\gamma}{|AB|} = 32,4\text{ km} \cdot \frac{\sin 88,706^\circ}{47,3\text{ km}} \approx \underline{0,6848}$$

$$\Rightarrow \alpha \approx \underline{43,221^\circ}$$

Für den Winkel ß gilt dann: $\beta = 180^\circ - 43,221^\circ - 88,706^\circ = \underline{48,073^\circ}$

Aufgabe 2

b) Beachte, dass die Nord-Süd-Richtung eingezeichnet ist. Die Strecke vom Start- zum Zielpunkt ist links im Fenster **Orte** mit *Fahrtrichtung* und die Nord-Süd-Linie mit *Nordrichtung* bezeichnet.

Startpunkt – Ziel	Startpunkt – A*	Ziel – A*
35,6 km	32,2 km	30,4 km

* A: Endpunkt der eingezeichneten Nordrichtung

Du musst die Figur zunächst zu einem Dreieck ergänzen, um die Aufgabe zu lösen. Eine Möglichkeit ist, die beiden Endpunkte der vorgegebenen Strecken zu verbinden. Letztlich ist es unerheblich, auf welche Weise die Figur zum Dreieck ergänzt wird, solange das Dreieck den Winkel beim Startpunkt enthält.

Den Winkel beim Startpunkt berechne wieder mit dem **Kosinussatz**.

In der folgenden Rechnung ist dies der Winkel ϕ.

$$(30,4\text{ km})^2 = (35,6\text{ km})^2 + (32,2\text{ km})^2 - 2 \cdot 35,6\text{ km} \cdot 32,2\text{ km} \cdot \cos\varphi$$

$$\Leftrightarrow \cos\varphi = -\frac{(30,4\text{ km})^2 - (35,6\text{ km})^2 - (32,2\text{ km})^2}{2 \cdot 35,6\text{ km} \cdot 32,2\text{ km}} \approx 0,6019$$

$$\Rightarrow \varphi \approx \underline{52,991^\circ}$$

Die gesuchte Richtung ist dann 360° - 52,991° = <u>307,009°</u>

Zusatzaufgabe

AB	BC	AC
75,2 km	92,4 km	84,9 km

Um die Richtung nach Bornholm zu bestimmen, musst du den Winkel bei B im Dreieck ABC berechnen. Das machst du mit dem **Kosinussatz:**

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2 \cdot |AB| \cdot |BC| \cdot \cos\beta$$

$$\Leftrightarrow \quad \cos\beta = -\frac{|AC|^2 - |AB|^2 - |BC|^2}{2 \cdot |AB| \cdot |BC|} = -\frac{(84{,}9\text{ km})^2 - (75{,}2\text{ km})^2 - (92{,}4\text{ km})^2}{2 \cdot 75{,}2\text{ km} \cdot 92{,}4\text{ km}} \approx 0{,}5026$$

$$\Rightarrow \quad \beta \approx \underline{59{,}827^\circ}$$

Anschließend benutze den **Sinussatz:**

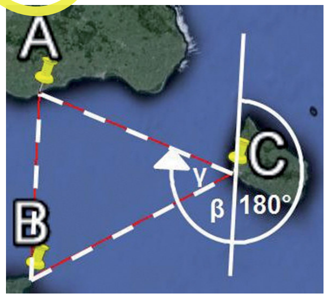
$$\frac{\sin\gamma}{|AB|} = \frac{\sin\beta}{|AC|}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin\gamma = |AB| \cdot \frac{\sin\beta}{|AC|} = 75{,}2\text{ km} \cdot \frac{\sin 59{,}827^\circ}{84{,}9\text{ km}} \approx 0{,}7657$$

$$\Rightarrow \quad \gamma \approx 49{,}973^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 59{,}827^\circ - 49{,}973^\circ = \underline{70{,}2^\circ}$$

Betrachte die Abbildung, um die Richtung von Bornholm nach Schweden zu bestimmen. Die gesuchte Richtung ist der gesamte eingezeichnete weiße Winkel. Die weiße Strecke verläuft durch den Punkt C und parallel zur Nordrichtung AB. Der Abbildung kannst du entnehmen, dass für die Richtung φ gilt:



$$\varphi = 180^\circ + \beta + \gamma = 180^\circ + 59{,}827^\circ + 49{,}973 = \underline{289{,}8^\circ}$$

Dabei ist ß gleich dem Winkel beim Punkt B im Dreieck ABC, weil diese beiden Winkel **Wechselwinkel** sind.

Lösung (M 4) Gebäude in allen Formen

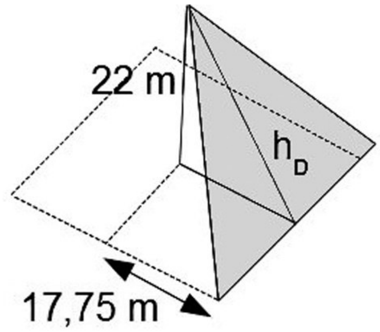
Aufgabe 1

a) Eine Sichthöhe von ungefähr 100 m ist für diese Aufgabe geeignet. Für das **Volumen** der Pyramide benötigst du die Grundfläche G und die Höhe h der Pyramide. Die Grundfläche ist nahezu ein Quadrat mit einer Seitenlänge von ca. 35,5 m. Um die Höhe zu bestimmen, gehe mit dem Mauszeiger zunächst auf die Spitze der Pyramide. Google Earth zeigt dir eine Höhe von 55 m an. Dies ist jedoch die Höhe der Spitze über dem Meeresspiegel und nicht die Höhe der Pyramide. Gehst du auf die hellgraue Umrahmung der Pyramide, siehst du, dass diese 35 m über dem Meeresspiegel liegt.

Die Pyramide hat also eine Höhe von 55 m – 35 m = 20 m, und für das Volumen folgt somit:

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (35{,}5\text{ m})^2 \cdot 20\text{ m} \approx \underline{8401{,}67\text{ m}^3}$$

Die **Oberfläche** der Pyramide besteht aus vier gläsernen deckungsgleichen Dreiecken. Um den **Flächeninhalt** eines Dreiecks zu bestimmen, benötigst du eine Höhe h_D im Dreieck. Diese lässt sich mit Google Earth nicht ausmessen, sondern muss berechnet werden. Betrachte die Abbildung.



Aus dem Satz des Pythagoras folgt:

$h_D = \sqrt{(20\text{ m})^2 + (17{,}75\text{ m})^2} \approx \underline{26{,}7\text{ m}}$

Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist also:

$A = \frac{1}{2} \cdot 35{,}5\text{ m} \cdot 26{,}7\text{ m} \approx \underline{473{,}93\text{ m}^2}$

und die Oberfläche somit:

$O = 4 \cdot A = 4 \cdot 473{,}93\text{ m}^2 = \underline{1895{,}72\text{ m}^2}$

Aufgabe 2

a) Wie in den Lösungen zu Aufgabe 1 erklärt, ergibt sich die Höhe des Hauses aus der Differenz

$h = 100\text{ m} - 12\text{ m} = 88\text{ m}.$

Die **Grundfläche** lässt sich am einfachsten bestimmen, wenn du die beiden Seiten verwendest, die einen rechten Winkel einschließen.

Diese sind ca. 25 m bzw. 50 m lang, sodass für die **Grundfläche** gilt:

$G = \frac{1}{2} \cdot 25\text{ m} \cdot 50\text{ m} = \underline{625\text{ m}^2}$

Daraus folgt für das **Volumen**:

$V = G \cdot h = 625\text{ m}^2 \cdot 88\text{ m} = \underline{55\,000\text{ m}^3}$

Um die **Oberfläche** des Hochhauses zu bestimmen, benötigst du die dritte fehlende Seitenlänge. Diese kannst du entweder mit dem **Satz des Pythagoras** berechnen oder ausmessen. Spannend ist, beide Wege auszuführen und zu vergleichen.

Aus dem **Satz des Pythagoras** folgt für die fehlende Seite:

$s = \sqrt{(25\text{ m})^2 + (50\text{ m})^2} \approx \underline{55{,}90\text{ m}}$

Beim **Ausmessen** findest du einen sehr ähnlichen Wert von ca. 55,1 m.

Die **Oberfläche** des Hochhauses ergibt sich aus der Summe der drei Seitenflächen und der Dachfläche, die genauso groß ist wie die Grundfläche.

Die rechteckigen **Seitenflächen** berechnest du, indem du die Seitenlänge mit der Höhe multiplizierst.

Es gilt also:

$O = 25\text{ m} \cdot 88\text{ m} + 50\text{ m} \cdot 88\text{ m} + 55{,}1\text{ m} \cdot 88\text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 25\text{ m} \cdot 50\text{ m} = 12\,073{,}8\text{ m}^2$