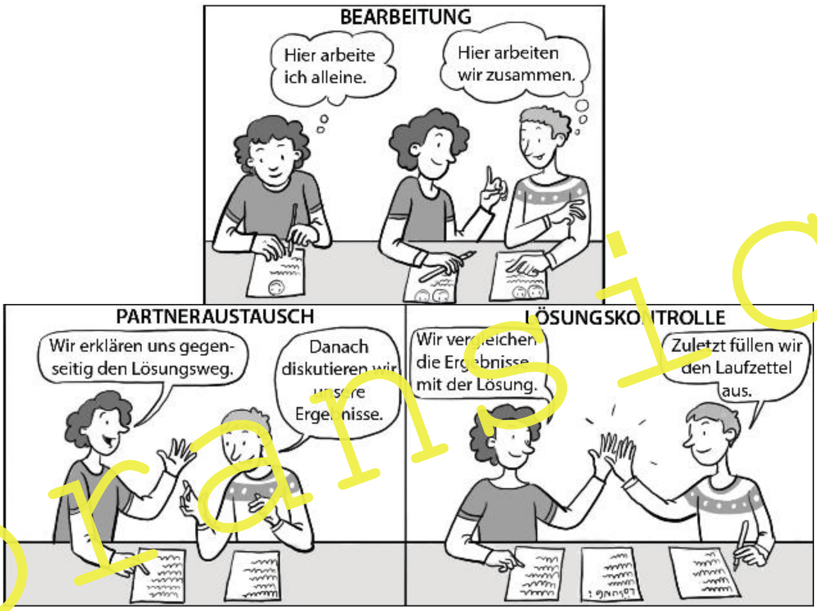
In Lernteams zum Erfolg! Eine Lerntheke zur Körperberechnung

Ein Beitrag von Jessica Retzmann, Astheim

Mit Illustrationen von Julia Lenzmann, Stuttgart, und Wolfgang Zettlmeier, Barbing



Klasse	9/10
Dauer	4–6 Stunden (2–3 Doppelstunden)
Inhalt	Körperberechnung: Quader, Würfel, Dreiecksprisma, Zylinder, Kugel, Pyramide und Kegel
Kompetenzen	mathematisch argumentieren (K1); modellieren (K3); mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5); mathematisch kommunizieren (K6)
Ihr Plus	mit Quartettspiel und Zusatzmaterial für das interaktive Whiteboard

Didaktisch-methodische Hinweise

Mathematische Körper begegnen uns täglich. In dieser Lerntheke werden alltägliche Gegenstände zur Berechnung und zum Schätzen von Größen genutzt. Die Lernenden trainieren das Berechnen der Oberfläche und des Volumens der Körper mit der Formelsammlung. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Lernteams zusammen, um sich gegenseitig zu unterstützen. Zum Abschluss reflektieren Sie ihren Lernfortschritt und die Arbeit mit ihrem Partner in einem Reflexionsbogen.

Das sollten Ihre Schüler bereits können

Für die Lerntheke ist Vorwissen notwendig. Die Schülerinnen und Schüler sollten den **Flächeninhalt** von Rechtecken, Quadraten, Dreiecken und Kreisen berechnen können, den Umgang mit **Formeln** kennen und wissen wie man **Gleichungen** richtig umstellt.

Die Lerntheke

Die Lernenden erhalten einen **Laufzettel (M 2).** Hier sind alle Stationen mit Thema aufgelistet und die **Arbeitsweise in Lernteams** wird erklärt. Die Bearbeitungsreihenfolge der Stationen ist nicht vorgegeben und kann von den Schülerinnen und Schülern selbst gewählt werden, wobei es sinnvoll ist, Station 3 vor Station 4 zu bearbeiten (siehe dazu Hinweis M 5, M 7). Alle Stationen (Ausnahme: Station 6) sind verpflichtend zu bearbeiten. **Station 6 ist eine Zusatzstation**, die von der Schülerinnen und Schülern selbst erstellt wird. Die Stationen sind an einem bestimmten Ort im Klassenraum, der sogenannten Lerntheke. Die Lernenden holen sich die Arbeitsblätter, ggf. Modelle oder Tipps, an den Stationen ab und bearbeiten sie an ihrem Platz. Dabei sind immer nur drei Lernende zur selben Zeit an einer Lerntheke erlaubt. Das bedeutet, dass die Schülerinnen und Schüler sich vorher mithilfe ihres Laufzettels entscheiden, welche Station sie bearbeiten möchten, und nur einer aus dem Lernteam holt das Übungsmaterial ab. In manchen Klassenräumen bietet es sich an, einen **Lösungstisch vorzubereiten.** Hier liegen die Lösungen aus und die Lernenden kontrollieren vor Ort statt an ihrem Platz. Dies entzerrt den Betrieb an der Lerntheke und erschwert das Abschreiben von Lösungen, da Sie als Lehrkraft einen besseren Überblick haben.

So funktioniert die Arbeit in Lernteams

Bilden Sie Lernteams aus zwei Schülerinnen/Schülern, bei ungerader Schülerzahl oder aus pädagogischen Gründen sind auch drei Mitglieder in einem Lernteam möglich. Bei der Auswahl der Schülerinnen und Schüler achten Sie darauf, dass diese konstruktiv zusammenarbeiten können und sich gegenseitig eine Hilfe sind. Die Lernteammitglieder sitzen nebeneinander und bearbeiten immer dieselbe Station. Bei den Stationen gibt es Aufgaben, die jeder allein bearbeitet **(Einzelarbeitsphase),** und Aufgaben, die zusammen bearbeitet werden. Bei Verständnisfragen kann der Lernende seinen Lernpartner **auch in der Einzelarbeitsphase um Hilfe bitten,** anschließend arbeitet er wieder allein weiter. Die Einzelarbeit ist wichtig, damit sich jeder mit dem Lerngegenstand auseinandersetzt. Nach der Bearbeitung beginnt die Partnerphase. Hier stellen sich die Partner ihre Ergebnisse gegenseitig vor **(Partneraustausch),** diskutieren und reflektieren ihre Lösungswege. Im Anschluss werden die Ergebnisse mit der **Lösungsvorlage** kontrolliert. Dieser Schritt soll vor allem bei Unstimmigkeiten der Partner eine Hilfe sein, aber auch die richtige Lösung bereitstellen. Erst nach Erledigung aller Schritte wird die nächste Station bearbeitet.

Diese Kompetenzen trainieren Ihre Schüler

Die Lernenden **argumentieren mathematisch (K 1),** indem sie ein Merkblatt (M 1) erstellen, Lösungen herleiten und diese gegenüber ihrem Lernpartner begründen und bewerten. Sie **modellieren (K 3),** indem sie Probleme mathematisch lösen und bewerten. In **(K 5) gehen Sie mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik um,** indem sie die mathematischen Formeln anwenden und ihrem Lernpartner erklären.

Auf einen Klick

Stunden 1–6 Klasse 9/10 In Lernteams zum Erfolg! Eine Lerntheke zur Körperberechnung

M 1 (Ab) Mathematische Körper – mein Merkblatt

M 2 (Ab) Laufzettel zur Lerntheke „In Lernteams zum Erfolg!“

M 3 (Ab) Formelkartei

M 4 (St) Station 1 Quader, Würfel, Dreiecksprisma

M 5 (St) Station 2 Der Zylinder

M 6 (Ab) Station 3a Dem Volumen der Pyramide auf der Spur

M 7 (St) Station 3b Die Pyramide

M 8 (Ab) Station 4a Dem Volumen des Kegels auf der Spur

M 9 (St) Station 4b Der Kegel

M 10 (Sp) Station 5 Quartett zur Körperberechnung

M 11 (St) Wie schätze ich richtig? – Eine Anleitung

M 12 (St) Tippkarten zu den Stationen 2 und 4b

M 13 (Ab) Reflexion der Lerntheke und der Teamarbeit

Legende der Abkürzungen

Ab: Arbeitsblatt; **Sp:** Spiel; **St:** Stationenblatt

Zusatzmaterial auf CD 33

Variante_M6.doc	Schwierigere Variante von M 6
Variante_M8.doc	Einfachere Variante von M 8
Koerperberechnung.exe	Interaktives Zusatzmaterial zu M 6 und M 8

Nutzen Sie MIO – die erste digitale, voll adaptive Plattform zum Üben von Mathematik!

In MIO generiert ein lernender Algorithmus individuell und in Echtzeit interaktive Aufgaben, die sich am Leistungsvermögen jedes Schülers orientieren – mehr Mathe-Spaß durch Erfolg. Testen Sie die Lernplattform MIO vier Wochen lang kostenlos und unverbindlich mit Ihrer Klasse unter **www.miobyraabe.de**.

In der Kategorie **Raum und Form** finden Sie für diese Lerntheke passende Aufgaben zum Thema **Umfang, Fläche und Volumen.** Tipps zum Einsatz finden Sie bei den Hinweisen zum Material.

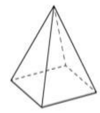
Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Geben Sie Station 3a (M 6) und Station 4a (M 8) jeweils als Hausaufgabe zur nächsten Stunde auf und lassen Sie nach der Stationenarbeit den Reflexionsbogen (M 13) zu Hause ausfüllen. Gehen Sie in der Folgestunde nur kurz darauf ein.

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie hier.

Station 3b Die Pyramide M 7

Station 3: Die Pyramide



Wie viele **Flächen** hat eine Pyramide?________________________________

Um welche **Arten von Flächen** handelt es sich?__________________________

Wie wird die **Oberfläche** einer Pyramide berechnet? Die **Variablen** stehen für:

Formel: ________________________________ __________________________

Wie wird das **Volumen** einer Pyramide berechnet? __________________________

Formel: ________________________________ __________________________

Aufgabe 1

a) ☺ *Beantworte zuerst die Fragen oben im Kasten. Nimm dazu deine Formelsammlung zu Hilfe. Fülle die Lücken des zugehörigen Abschnitts und klebe ihn in dein Heft.*

b) ☺☺ Stelle deinem Lernpartner die Formeln vor. Erkläre ihm die Bedeutung der Variablen.

Aufgabe 2 ☺

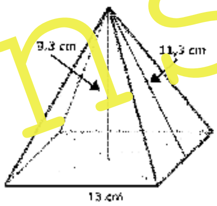
Wie groß sind jeweils das Volumen und die Oberfläche dieser Pyramiden?

(a) und c) sind Pyramiden mit quadratischer Grundfläche.)

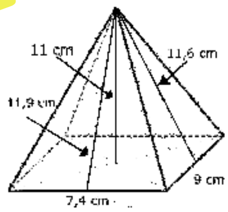
a)
Höhe: 8 cm
a = 5 cm
h_a = 8,4 cm

b)
Höhe: 17 dm
a = 10 dm
h_a = 18,6 dm
B = 15 dm
h_b = 17,7 dm

c)



d)



Aufgabe 3 ☺

Wie viel m² Stoff werden für dieses Zelt benötigt und welches Volumen steht den Kindern zur Verfügung? Schätze alle benötigten Werte mithilfe des Bildes.

Foto: Jessica Retzmann

Aufgabe 4 ☺

Das Volumen eines 2 m hohen pyramidenförmigen Zeltes mit quadratischer Grundfläche beträgt 4,2 m³.

a) Wie lang und wie breit ist das Zelt? Runde auf eine Nachkommastelle.

b) Wie lang und wie breit wäre ein Zelt mit rechteckiger Grundfläche bei gleichem Volumen und gleicher Höhe? Gib zwei Möglichkeiten an.

Zusatzaufgabe ☺

Überlege dir selbst eine Aufgabe zu diesem Thema. Notiere die Aufgabe (mit grüner Farbe) auf der Vorderseite der Karteikarte und die Lösung (mit roter Farbe) auf der Rückseite. Lege die fertige Karteikarte in das Fach der Station 6.

Station 4a Dem Volumen des Kegels auf der Spur M 8

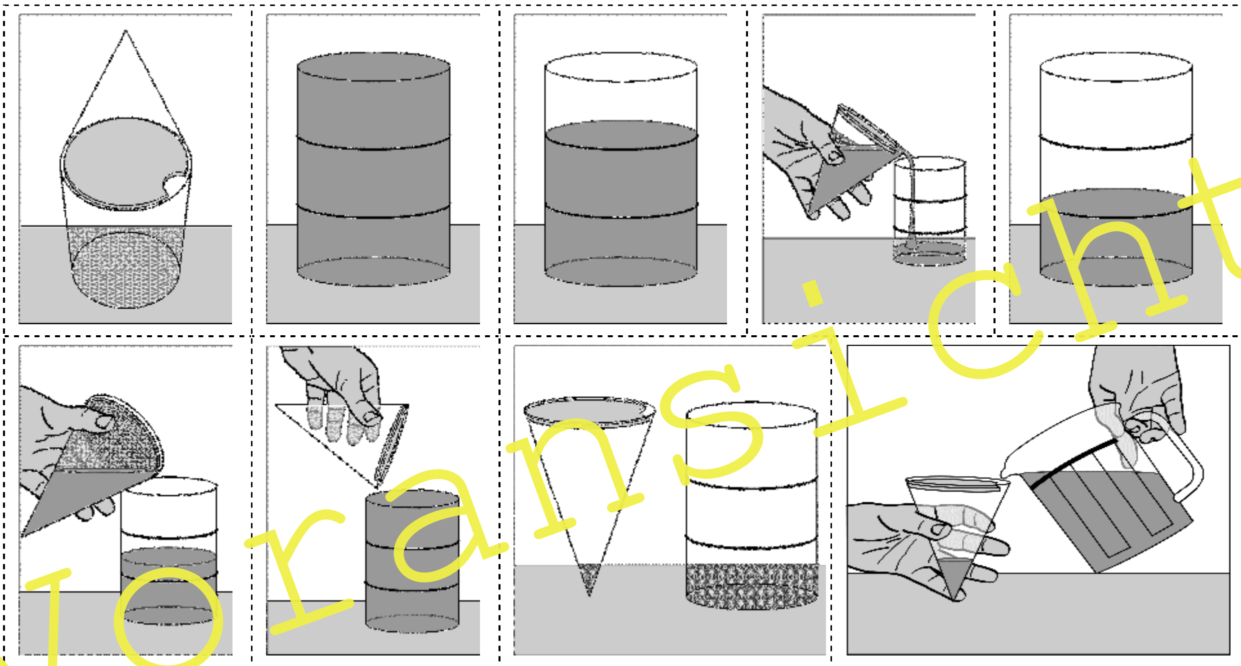
Aufgabe

Bestimme das Volumen des Kegels mithilfe des Volumens eines Zylinders. Kannst du dir anhand dieser Bilder die Formel für das Volumen des Kegels herleiten?

a) Schneide die Bilder aus und bringe sie in die richtige Reihenfolge. Fülle danach die Sprechblasen mit Texten, die die Bilder beschreiben.

b) Berechne das Volumen des Zylinders (r = 5 cm, h = 10 cm) und des dazu passenden Kegels (r = 5 cm, h = 10 cm). Hast du nun eine Idee für die Formel?

V_{Kegel} = ______________________________



Zeichnungen: Wolfgang Zettlmeier

Lösung (M 7) Die Pyramide

Aufgabe 1

Eine Pyramide besteht aus fünf Flächen. Die Grundfläche ist ein Rechteck. Die Mantelfläche besteht aus vier Dreiecken als Seitenflächen.

Oberfläche = $G + M = a \cdot b + 2(\frac{1}{2}\ a \cdot h_a + \frac{1}{2}\ b \cdot h_b)$ und Volumen = $\frac{1}{3}\, a \cdot b \cdot h$

Variablen: Die rechteckige Grundfläche hat die Seitenlängen a und b. Die dreieckige Seitenfläche besitzt die Höhe h_a bzw. h_b, wenn die Seitenlänge a bzw. b die Grundseite ist. Die Variable h ist die Höhe des Körpers und verläuft vom Mittelpunkt der Grundfläche bis zur Pyramidenspitze.

Aufgabe 2

a) Bei einer quadratischen Pyramide sind die Seitenlängen a und b gleich.

$V = \frac{1}{3} \cdot 5\ cm \cdot 5\ cm \cdot 8\ cm = \underline{66{,}67\ cm^3}$

$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a = (5\ cm)^2 + 2 \cdot 5\ cm \cdot 8{,}4\ cm = 25\ cm^2 + 84\ cm^2 = \underline{109\ cm^2}$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot 10\ dm \cdot 15\ dm \cdot 17\ dm = \underline{850\ dm^3}$

$O = a \cdot b + a \cdot h_a + b \cdot h_b = 10\ dm \cdot 15\ dm + 10\ dm \cdot 18{,}6\ dm + 15\ dm \cdot 17{,}7\ dm$

$= 150\ dm^2 + 186\ dm^2 + 265{,}5\ dm^2 = \underline{601{,}5\ dm^2}$

c) Bei einer quadratischen Pyramide sind die Seitenlängen a und b gleich.

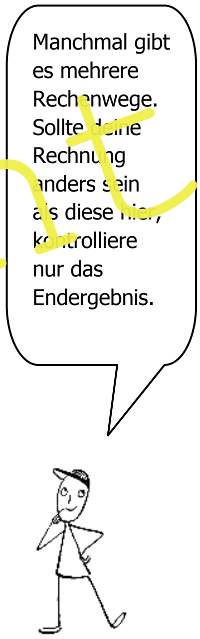
$V = \frac{1}{3} \cdot 13\ cm \cdot 13\ cm \cdot 9{,}3\ cm = \underline{523{,}9\ cm^3}$

$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a = (13\ cm)^2 + 2 \cdot 13\ cm \cdot 11{,}3\ cm = 169\ cm^2 + 293{,}8\ cm^2 = \underline{462{,}8\ cm^2}$

d) $V = \frac{1}{3} \cdot 7{,}4\ cm \cdot 9\ cm \cdot 11\ cm = \underline{244{,}2\ cm^3}$

$O = a \cdot b + a \cdot h_a + b \cdot h_b = 7{,}4\ cm \cdot 9\ cm + 7{,}4\ cm \cdot 11{,}9\ cm + 9\ cm \cdot 11{,}6\ cm$

$= 66{,}6\ cm^2 + 88{,}06\ cm^2 + 104{,}4\ cm^2 = \underline{259{,}06\ cm^2}$



Aufgabe 3

Deine geschätzten Werte sollten zwischen den hier angegebenen Grenzen liegen:

Kantenlänge a → 0,8 m–1,5 m Höhe h → 1 m–1,7 m Seitenlänge h_s → 1 m–1,7 m

Hier die Rechnungen für: a = 1 m h = 1,3 m h_s = 1,6 m

$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s = (1\ m)^2 + 2 \cdot 1\ m \cdot 1{,}6\ m = 1\ m^2 + 3{,}2\ m^2 = \underline{4{,}2\ m^2}$

$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (1\ m)^2 \cdot 1{,}3\ m = \frac{1}{3} \cdot 1{,}3\ m^3 = \underline{0{,}43\ m^3}$

Für das Zelt werden 4,2 m² Stoff benötigt und die Kinder haben 0,43 m³ Platz darin.

Aufgabe 4

a) $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$

$4{,}2 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2 \quad | \cdot 3$

$12{,}6 = a^2 \cdot 2 \quad | : 2$

$6{,}3 = a^2$ (das ist die Grundfläche)

$2{,}5 = a$

→ Das Zelt ist 2,5 m lang und 2,5 m breit.

b) Aus Aufgabe a) ist bekannt, dass die Grundfläche 6,3 m² groß ist. Das heißt: Gesucht sind die Maße von Rechtecken, die 6,3 m² groß sind, also alle Zahlenpaare (a/b), die folgende Formel erfüllen: $a \cdot b = 6{,}3$

Beispiel: $2 \cdot 3{,}15 = 6{,}3$

→ Das Rechteck ist 2 m lang und 3,15 m breit.