Die Reibung beim schiefen Wurf

Gerhard Deyke, Hamburg
Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Diese Unterrichtseinheit behandelt den schiefen Wurf, wie er z. B. beim Ballsport auftritt. Wenn man den Einfluss des Luftwiderstands vernachlässigt, ist die Flugbahn, die ein Körper beim Wurf in einem homogenen Schwerefeld beschreibt, parabelförmig. Der schiefe Wurf stellt dabei den Regelfall dar – waagerechter und senkrechter Wurf sind Ausnahmefälle. In diesem Beitrag wird außerdem noch die Reibung berücksichtigt.

RAABE,
KLASSE SCHULE

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Annegreta Wittnebel
Satz: Röser Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: Steven Errico/DigitalVision/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. W. Zettlmeier, Barbing
Lektorat: Dr. Stefan Völker, Jena
Korrektorat: Johanna Stotz, Wyhl a. K.

Die Reibung beim schiefen Wurf

Oberstufe (Niveau)

Gerhard Deyke, Hamburg
Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

Die Schüler lernen:

ein Alltagsphänomen mit den Mitteln der theoretischen Physik zu beschreiben, indem sie Rechenaufgaben lösen. Der schiefe Wurf ist das, was im Alltag meist vorliegt – waagerechter und senkrechter Wurf sind Ausnahmefälle. In diesem Beitrag wird außerdem noch die Reibung berücksichtigt.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:
Ab = Arbeitsblatt **Info** = Informationstext

Thema	Material	Methode
Bewegung in einem Fluid	M1	Ab, Info
Bewegung einer schnellen Kugel in Luft	M2	Ab, Info
Aufgaben	M3	Ab

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	

Kompetenzprofil:

Inhalt: Wurf, waagrecht, senkrecht, schief, Steigzeit, Wurfhöhe, Wurfweite, Reibung, Wurfparabel, Widerstandskoeffizient, Flugbahn, Dichte, Fallbeschleunigung
Medien: GTR/CAS, GeoGebra
Kompetenzen: Über Basiswissen verfügen (F1); Probleme lösen (F3); Wissen kontextbezogen anwenden (F4); Phänomene beschreiben (E1); Formeln anwenden (E4); Idealisierungen vornehmen (E5)

Hinweise

Unter einem „schiefen Wurf" wird die Bewegung eines unter einem Winkel α gegen die Horizontale geworfenen Körpers im erdnahen Gravitationsfeld verstanden. Seine Abwurfgeschwindigkeit sei v_0.

Beschreibt man die Bewegung des Wurfobjektes in einem rechtwinkligen x-y-Koordinatensystem und legt man den Abwurfort in den Ursprung dieses Systems, erhält man bekanntlich die nachfolgende Gleichung für die Wurfbahn, sofern man von jeglicher Art Reibung absieht:

(a) $$y(x) = \tan(\alpha) \cdot x - \left(\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \right) \cdot x^2$$

Der Graph ist eine nach unten geöffnete Parabel mit vertikaler Symmetrieachse. g ist die Fallbeschleunigung und α der zur Horizontalen gemessene Abwurfwinkel. Wie man sofort sieht, spielt die Masse des geworfenen Körpers (im reibungsfreien Fall) keine Rolle für die Wurfbahn.

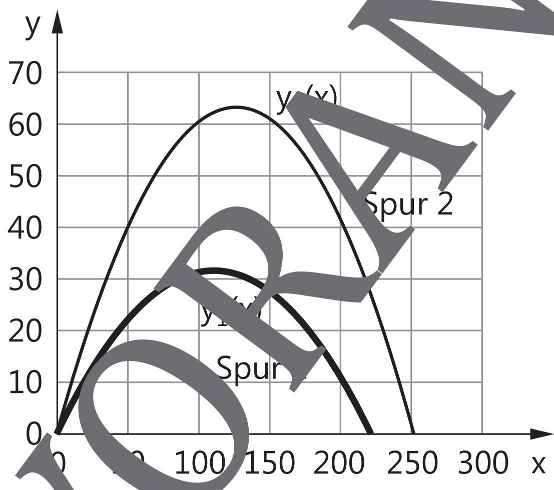


Abb. 1: Abwurfgeschwindigkeit: $v_0 = 50\ \frac{m}{s}$ für $\alpha = 30°$ (Spur 1) bzw. $\alpha = 45°$ (Spur 2); x und y in der Einheit m; Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Ferner findet man:

– für die Steigzeit (Zeit bis zum höchsten Punkt der Wurfparabel) t_{St}:

(b) $$t_{St} = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

– für die Wurfhöhe H:

(c) $$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$$

– für die Wurfweite W (Abwurf- und Aufschlagort für $y = 0$)

(d) $$W = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

Die maximale Wurfweite W_{max} wird bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit v_0 für $\alpha = 45°$ erreicht.

Der reibungsfreie Wurf ist jedoch eine Idealisierung, welche im Normalfall nicht vorkommt. Dieser Beitrag untersucht die Bewegung des schiefen Wurfes bei Anwesenheit von Reibung.

M 1 Bewegung in einem Fluid

Bei der schnellen Bewegung größerer Körper durch ein Fluid tritt Newton-Reibung auf. Der Bewegung wirkt die zum Quadrat der Geschwindigkeit proportionale Reibungskraft

(1) $$F_R = \frac{1}{2} c_W \, \rho \, A \, v^2$$

entgegen. Wir schreiben auch:

(1′) $$F_R = k v^2 \text{ mit } k := \frac{1}{2} c_W \, \rho \, A$$

A ist die in Bewegungsrichtung gesehene Querschnittsfläche (Stirnfläche) des Körpers, ρ die Dichte des Fluids, c_W ein Widerstandskoeffizient, welcher von der Gestalt und Oberflächenbeschaffenheit des Körpers abhängt.

Einige Widerstandskoeffizienten:

Kugel	0,45
Tropfenform	0,05 (siehe Tropfensteven bei Schiffen)
typischer PKW	0,3

Spezialfall: Bewegung einer schnellen Kugel in Luft

Wir untersuchen die Bewegung einer schnellen Kugel in Luft unter sog. Normalbedingungen (Temperatur $\vartheta = 0$ °C und Druck $p = 1013$ hPa).

Die Kugel ist eine massive Bleikugel mit der Masse $m = 3{,}52$ kg. Sie wird zur Zeit $t_0 = 0$ im Ursprung des rechtwinkligen x-y-Koordinatensystems unter dem Winkel $\alpha = 50°$ gegen die positive x-Achse mit der Geschwindigkeit $v_0 = 20\ \frac{m}{s}$ abgeworfen.

Die Dichte der Luft[1] beträgt $\rho_{Luft} = 1{,}293\ \frac{kg}{m^3} = 0{,}001293\ \frac{g}{cm^3}$

Wir wollen im Folgenden die Form der Bahn der Kugel untersuchen.

---

[1] https://www.chemie.de/lexikon/Luftdichte.html (aufgerufen am 19.02.2021)

M 2 Bewegung einer schnellen Kugel in Luft

Hinweise:

Die Positionen der Kugel werden zu diesem Zweck in kleinen Zeitschritten Δt berechnet. Auf die Kugel wirken in jeder Position unterschiedliche Kräfte. Die Beschleunigung ist also nicht konstant.

Im Zeitschritt von t_n nach $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ nehmen wir – wider besseres Wissen – an, dass sich das Geschoss mit der in Position $P_n(x_n \mid y_n)$ hervorgerufenen Beschleunigung weiterbewegt.

Wir gehen also in diesem Zeitintervall von einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung aus. Tatsächlich wird sich die Beschleunigung während dieser Zeit ändern. Wenn wir jedoch Δt sehr klein wählen, wird der begangene Fehler erträglich sein.

Die Berechnung der Positionen P_n gestaltet sich einfach, wenn man, statt mit Komponenten zu rechnen, durchgängig Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren verwendet. Mit den bekannten Bewegungsgesetzen gilt dann:

$$\vec{r}_{n+1} = \vec{r}_n + \Delta t \cdot \vec{v}_n + \frac{1}{2} \cdot \Delta t^2 \cdot \vec{a}_n \quad \text{mit} \quad \vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}$$

$$= \vec{r}_n + \Delta t \cdot \vec{v}_n + \frac{\Delta t^2}{2m} \vec{F}_n \qquad (2)$$

wobei

$\vec{r}_n$ der Ortsvektor der Position

P_n, $\vec{v}_n$ der Geschwindigkeitsvektor

$\vec{a}_n$ der Beschleunigungsvektor und

$\vec{F}_n$ der Kraftvektor in Position P_n ist.

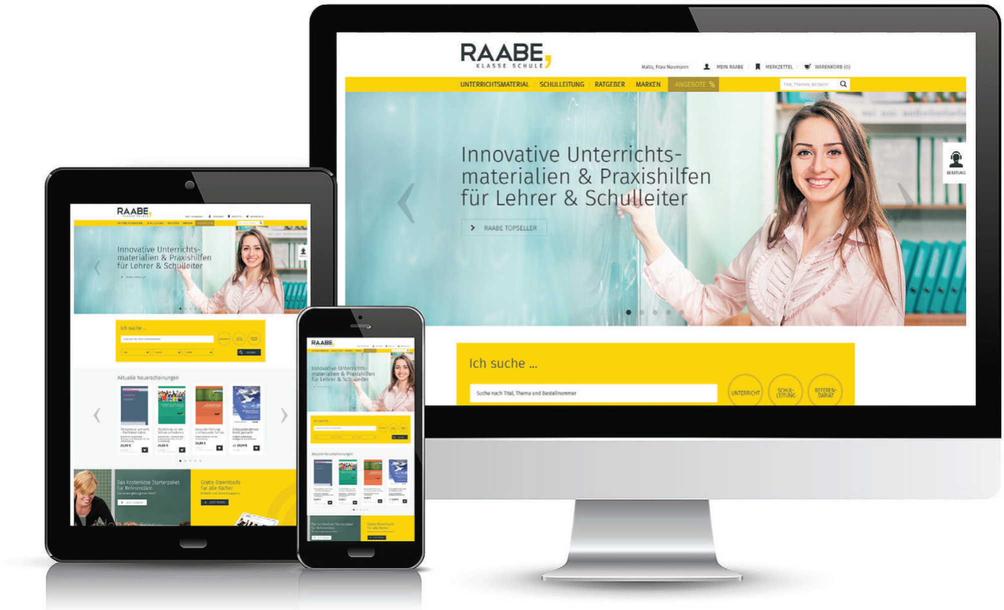
Für den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}_{n+1}$ gilt:

$$\vec{v}_{n+1} = \vec{v}_n + \Delta t \cdot \vec{a}_n = \vec{v}_n + \Delta t \cdot \frac{\vec{F}_n}{m} \qquad (3)$$

Die Berechnung der „neuen" Geschwindigkeit setzt also die Kenntnis der „alten" Geschwindigkeit und der „alten" Kraft voraus. Die Gleichungen (2) und (3) stellen einen vektoriell formulierten rekursiven **Algorithmus** zur Bahnberechnung der Bewegung dar.

RAABE, KLASSE SCHULE

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:

- Schnelle und intuitive Produktsuche
- Übersichtliches Kundenkonto
- Komfortable Nutzung über Computer, Tablet und Smartphone
- Höhere Sicherheit durch SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de