

# Nichtlineare Widerstände – Aufgaben

Axel Donges, Isny im Allgäu

Illustrationen von Axel Donges, bearbeitet von A.-G. Wittnebel und von W. Zintlmeier



Abb. 1: © Stefa Nikolic/E+/Getty Images/Plus

Viele elektronische Bauelemente haben eine nichtlineare I-U-Kennlinie. Dadurch wird die Berechnung von Strom und Spannung in Netzwerken mathematisch recht aufwändig. Mit einer geeigneten Lösungsmethode können Sie solche Aufgaben dennoch im Schulunterricht behandeln. Neben dem Praxisbezug besticht der Beitrag also dadurch, dass die Schüler Verfahren, die sie aus der Mathematik kennen, auf einen Bereich übertragen, der ihnen in der Regel unbekannt sein dürfte, und so einüben.

## Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Die Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch als vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in andere Werk eingekoppelt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Extranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist gem. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

In unseren Beiträgen sind wir bemüht, die für die Experimente nötigen Substanzen mit den entsprechenden Gefahrenhinweisen zu kennzeichnen. Dies ist ein zusätzlicher Service. Dennoch ist jeder Experimentator selbst angehalten, sich vor der Durchführung der Experimente genauestens über das Gefährdungspotenzial der verwendeten Stoffe zu informieren, die nötigen Vorsichtsmaßnahmen zu ergreifen sowie alles ordnungsgemäß zu entsorgen. Es gelten die Vorschriften der Gefahrstoffverordnung sowie die Dienstvorschriften der Schulbehörde.

Dr. Josef Raabe Verlag GmbH  
Ein Unternehmen der Kleinfachgruppe  
Rotebühlstraße 77  
70178 Stuttgart  
Telefon +49 711 62900-0  
Fax +49 711 62900-60  
meinRAABE@raabe.de  
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel  
Satz: Röhr Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe  
Bildnachweis Titel: © Stefa Nikolic/E+/Getty Images Plus  
Illustration: Axel Donges, bearbeitet von Anna-Greta Wittnebel und Dr. W. Zettlmeier, Barbing  
Korrektur: Susanna Stotz, Wyhl a. K.; Dr. Stefan Völker, Jena








# Nichtlineare Widerstände – Aufgaben

## Oberstufe (Niveau)

Axel Donges, Isny im Allgäu

Illustrationen von Axel Donges, bearbeitet von A.-G. Wittnebel und von W. Zittelmeier

### Hinweise

	<b>1</b>
 <b>M 1 Zwei lineare Widerstände</b>	<b>4</b>
 <b>M 2 Glühlämpchen mit Batterie</b>	<b>5</b>
 <b>M 3 Leuchtdiode mit Vorwiderstand</b>	<b>6</b>
 <b>M 4 Spannungsstabilisierung mit Z-Diode</b>	<b>7</b>
 <b>M 5 Parabel- und Wurzelfunktion als I-U-Kennlinie</b>	<b>8</b>
 <b>M 6 Transistor-Kennlinie</b>	<b>9</b>
 <b>M 7 Zwei nichtlineare Bauteile in Reihe</b>	<b>11</b>
<b>Lösungen</b>	<b>12</b>

## Die Schüler lernen

Mithilfe des **Maschke-Satzes** und einer **grafischen Lösungsmethode** können die Schüler den Strom und die Spannungen in einer **Reihenschaltung von linearem und nicht-linearem Widerstand** ermitteln. Sie wiederholen so den Umgang mit den Begriffen *Strom*, *Spannung* und *Widerstand*, die für die Elektrizitätslehre von grundlegender Bedeutung sind.

# Nichtlineare Widerstände – Aufgaben

## Fachliche Hinweise

### Maschensatz:

Werden an eine Spannungsquelle (Spannung  $U_0$ ) zwei elektronische Bauteile in Reihe angeschlossen, so fließt durch beide Bauteile der gleiche Strom  $I$ . An beiden Bauteilen fallen i. A. unterschiedliche Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  ab.

Es gilt der **Maschensatz**:

$$U_1 + U_2 = U_0.$$

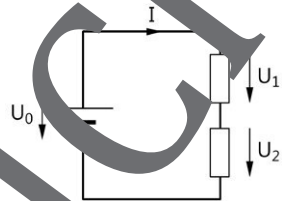


Abb. 2: © W. Zettlmeier

**I-U-Kennlinie:** Wenn durch ein elektronisches Bauteil ein Strom  $I$  fließt, fällt an dem Bauteil auch eine Spannung  $U$  ab (und umgekehrt: Wenn an ein Bauteil eine Spannung  $U$  angelegt wird, fließt ein Strom  $I$ ). Der Zusammenhang zwischen  $I$  und  $U$  kann in einer **I-U-Kennlinie** grafisch dargestellt werden. Das folgende Bild zeigt als Beispiel die Kennlinie einer in Durchlassrichtung angelegten Diode.

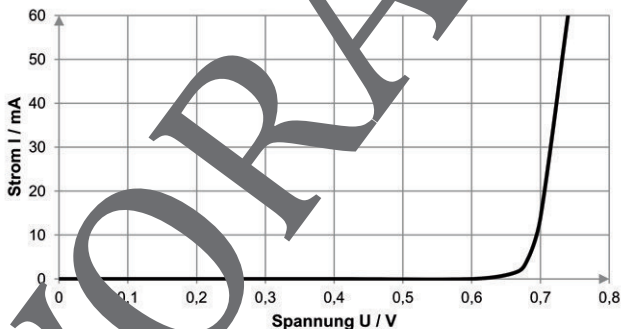


Abb. 3: © A. Donges

**Hinweis:** Bei manchen Bauteilen hat die I-U-Kennlinie die Form einer **Ursprungsgleichung**:  $I = U/R$ .

$R$  heißt in diesem Fall **Ohm'scher** oder **linearer Widerstand** des Bauteils.  $U/I$  ist die Steigung der linearen I-U-Kennlinie. Lässt sich die I-U-Kennlinie nicht durch eine Ursprungsgerade beschreiben, so hat das Bauteil einen **nichtlinearen Widerstand**. Der Widerstand ist generell definiert durch  $R = U/I$ . Wenn eine Ursprungsgerade als I-U-Kennlinie vorliegt, ist somit  $R = \text{const.}$  Bei einem nichtlinearen Bauteil dagegen wird sich i. d. R. für jeden Strom- bzw. Spannungswert ein anderer Widerstandwert  $R$  ergeben.

### Reihenschaltung eines linearen und nichtlinearen Bauteils:

Im Weiteren gehen wir davon aus, dass die Spannung  $U_0$  (siehe Abb. 4, Seite 1) an einem Bauteil mit **linearem Widerstand** abfällt. Wir nennen die Spannung  $U_1$  im Folgenden daher  $U_l$ . Die Spannung  $U_2$  fällt dann an einem Bauteil mit einem **nichtlinearen Widerstand** ab. Wir nennen  $U_2$  daher  $U_{nl}$ . Für die Kennlinie des linearen Widerstandes ( $R_l$ ) gilt das Ohm'sche Gesetz:  $I = U_l/R_l$  bzw. mithilfe des Maschenatzes  $I = (U_0 - U_{nl})/R_l$ . Die I-U-Kennlinie des linearen Bauteils kann somit auch in Abhängigkeit von der Spannung  $U_{nl}$  am nichtlinearen Bauteil ausgedrückt werden:  $I = U_0/R_l - U_{nl}/R_l$ . Damit können die Kennlinie des linearen Bauteils und die Kennlinie des nichtlinearen Bauteils in einer Grafik zusammengefasst werden.

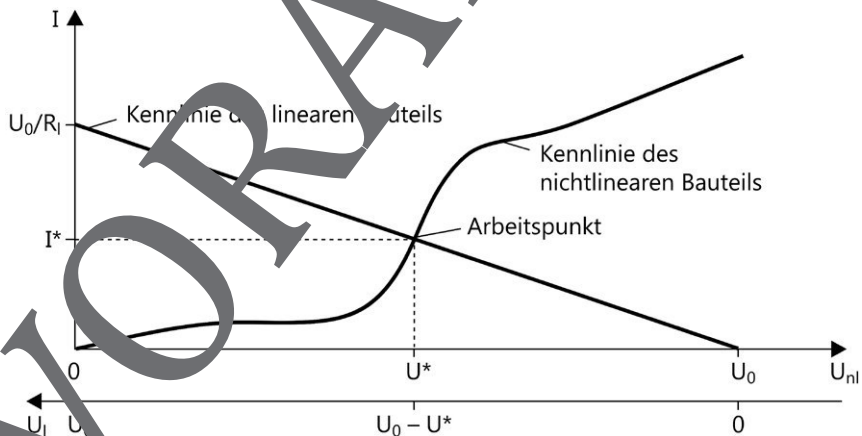


Abb. 4. © W. Zettlmeier

In der Abb. 4 sind die  $I-U_{\text{nl}}$ -Kennlinien eines linearen und eines nichtlinearen Bauteils in einer Grafik vereint. Die Kennlinie des linearen Bauteils ist eine Gerade mit negativer Steigung ( $-1/R_l$ ). Die lineare Kennlinie (= **Arbeitsgerade**) schneidet die  $I$ -Achse bei  $U_0/R_l$  (= Strom, wenn  $R_{\text{nl}} = 0$ ) und die  $U_{\text{nl}}$ -Achse bei  $U_0$  (= Spannung der Spannungsquelle).

Da bei einer Reihenschaltung durch beide Bauteile der gleiche Strom fließen muss, liefert der Schnittpunkt der beiden Kennlinien ( $U^*, I^*$ ) (= **Arbeitspunkt**) den tatsächlichen fließenden Strom  $I^*$  und die Spannung  $U^*$ , die am nichtlinearen Bauteil abfällt. Am linearen Bauteil fällt dann die Spannung  $U_0 - U^*$  ab.



#### Grafisches Lösungsschema:

- Gegeben ist die  $I-U_{\text{nl}}$ -**Kennlinie** des **nichtlinearen Bauteils**.
- Es wird die **Arbeitsgerade** des **linearen Bauteils** in die  $I-U_{\text{nl}}$ -Kennlinie des nichtlinearen Bauteils eingezeichnet. Die Arbeitsgerade wird durch den  $I$ -Achsenabschnitt  $U_0/R_l$  und den  $U_{\text{nl}}$ -Achsenabschnitt  $U_0$  definiert.
- Der **Schnittpunkt** der beiden Kennlinien definiert den **Arbeitspunkt** ( $U^*, I^*$ ).  $I^*$  ist der **gesuchte Strom** und  $U^*$  ist die **gesuchte Spannung**, die am **nichtlinearen Bauteil** abfällt. Die **Spannung** am **linearen Bauteil** ist  $U_0 - U^*$ .



## M 1 Zwei lineare Widerstände

Zwei Bauteile mit linearen I-U-Kennlinien und den Ohm'schen Widerständen  $R_1 = 100 \Omega$  und  $R_2 = 200 \Omega$  sind in Reihe an einer Batterie mit einer Spannung von  $U_0 = 9,0 \text{ V}$  angeschlossen.

Es fließt dann ein Strom von

$$I = U_0 / (R_1 + R_2) = 30 \text{ mA}$$

und an den beiden Widerständen fallen die Spannungen  $U_1 = R_1 \cdot I = 3,0 \text{ V}$  und  $U_2 = R_2 \cdot I = 6,0 \text{ V}$  ab.

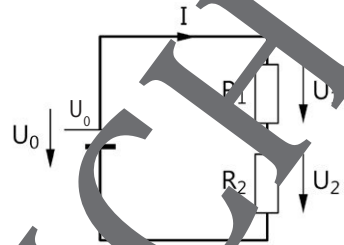


Abbildung © Dr. W. Z. Müller

### Aufgabe

Wenden Sie die grafische Lösungsmethode zur Bestimmung von  $I$ ,  $U_1$  und  $U_2$  an.

**Tipp:** Interpretieren Sie die Kennlinie des Widerstandes  $R_2$  als „nichtlineare“ I-U-Kenn-



linie und zeichnen Sie die Arbeitsgerade des Widerstandes  $R_2$  in die I-U-Kennlinie des Widerstandes  $R_1$  ein.

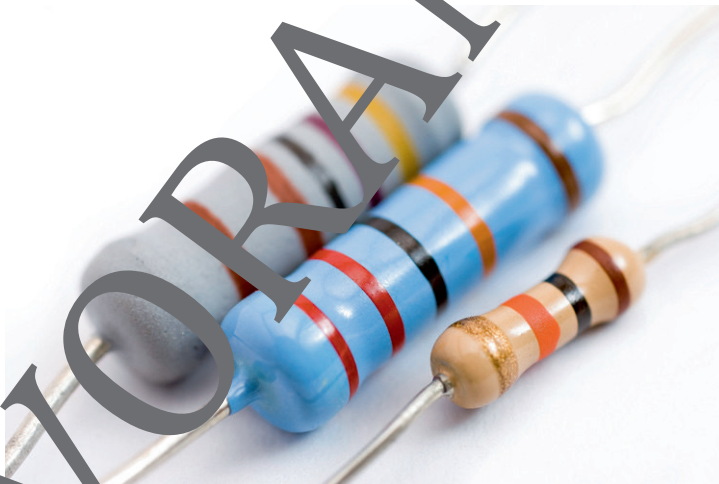


Abb. 6: © gettinlane/E+/GettyImagesPlus

## M 2 Glühlämpchen mit Batterie

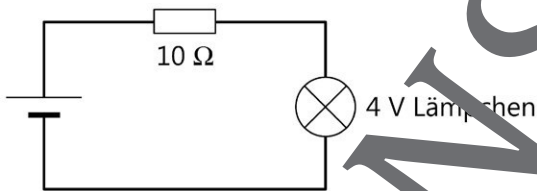
Die untere Abbildung zeigt eine I-U-Kennlinie eines Glühlämpchens.

### Aufgabe

Das Lämpchen wird in Reihe mit einem linearen Widerstand von  $10\ \Omega$  an eine 4-Volt-Batterie angeschlossen (siehe Schaltskizze).

- Welche Spannung fällt am Lämpchen ab und welcher Strom fließt?
- Welche Leistung wird im Lämpchen umgesetzt?
- Wie groß ist der Widerstand  $R$  des Lämpchens bei  $U = 1\ \text{V}$ ,  $2\ \text{V}$ ,  $3\ \text{V}$  und  $4\ \text{V}$ ?

Schaltskizze:



© RAABE 2020

Abb. 7: © Dr. W. Zettlmeier

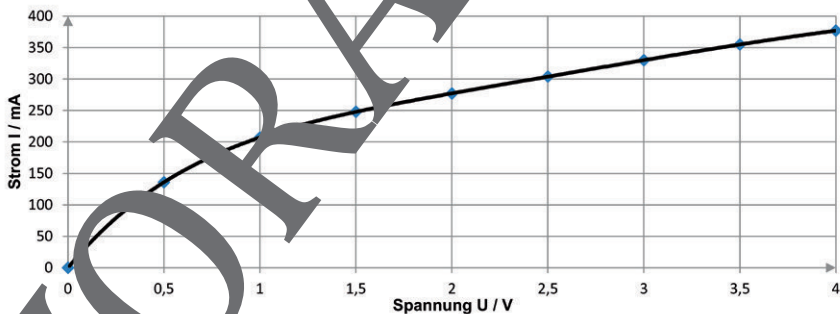


Abb. 8: © A. Dörflinger





## M 3 Leuchtdiode mit Vorwiderstand

### Aufgabe

Die untere Abbildung zeigt die Kennlinien einer infraroten, einer grünen und einer blauen Leuchtdiode (LED). Jeweils eine LED wird in Reihe mit einem Vorwiderstand ( $R_V = 250 \Omega$ ) an eine Batterie mit einer Spannung  $U_0 = 4,0 \text{ V}$  angeschlossen.



Abb. 9: © Simon Puzer/Photodisc/Getty ImagesPlus

- Fertigen Sie eine Skizze der Schaltung an.
- Bestimmen Sie für alle drei LEDs den Strom und die Spannungen, die an der LED bzw. am Vorwiderstand abfallen.
- Bestimmen Sie für alle drei LEDs den Strom und die Spannungen, die an der LED bzw. am Vorwiderstand abfallen, wenn die Spannung der Batterie nur  $U_0 = 2,0 \text{ V}$  beträgt.
- Warum darf der Vorwiderstand nicht weggelassen werden?
- Wie groß ist der Widerstand der grünen LED, wenn ein Strom von  $10 \text{ mA}$  fließt?

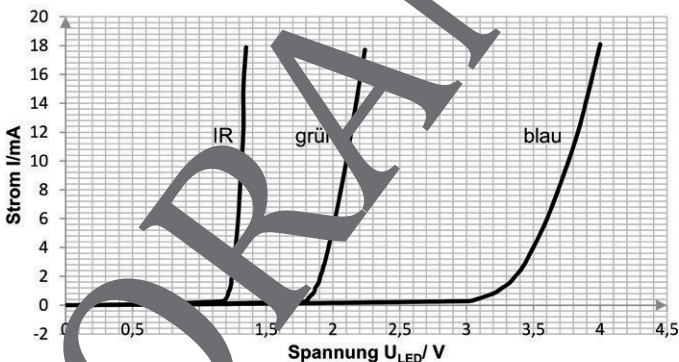
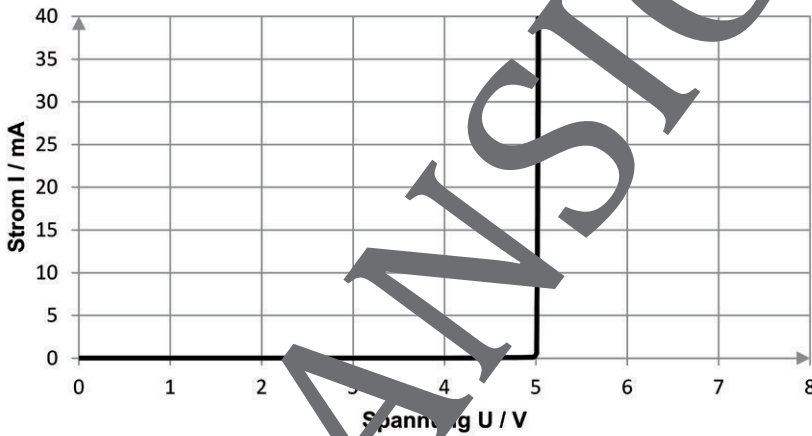


Abb. 10: © Cengage

## M 4 Spannungsstabilisierung mit Z-Diode

Eine **Z-Diode** (oder Zener-Diode) ist eine in Sperrichtung betriebene Diode. Dabei fließt bei Anlegen einer Sperrspannung kein Strom. Erreicht die angelegte Spannung einen Schwellenwert  $U_{\text{Sch}}$ , so „bricht“ die Diode durch und es kann ein Strom fließen, ohne dass dadurch die Diode zerstört wird. Die Kennlinie einer Z-Diode mit einer Schwellenspannung von  $U_{\text{Sch}} = 5,0 \text{ V}$  zeigt die folgende Abbildung.



© RAABE 2020

Abb. 11: © A. Donges

### Aufgabe

An eine Batterie wird in Reihe ein linearer Widerstand  $R_1 = 200 \Omega$  und eine in Sperrichtung gepolte Z-Diode (Schwellenspannung  $U_{\text{Sch}} = 5,0 \text{ V}$ ) angeschlossen.

- Fertigen Sie eine Schaltskizze an.
- Bestimmen Sie Strom, Spannung an der Z-Diode und Spannung am linearen Widerstand für die folgenden Batteriespannungen: 2 V, 4 V, 6 V und 8 V.
- Erstellen Sie den Zusammenhang zwischen der Batteriespannung  $U_0$  und Spannung an der Z-Diode  $U_Z$  grafisch dar. Interpretieren Sie das Ergebnis.



## M 5 Parabel- und Wurzelfunktion als I-U-Kennlinie

### Aufgabe 1

Ein nichtlineares Bauteil habe die I-U-Kennlinie  $I = a \cdot U^2$  mit  $a = 0,001 / (\text{V}\Omega)$ .

Dieses Bauteil wird zusammen mit einem linearen Widerstand  $R_L = 100 \Omega$  an eine Spannungsquelle mit  $U_0 = 20 \text{ V}$  angeschlossen.

- Bestimmen Sie rechnerisch den Strom und die Spannungen, die an dem nichtlinearen und linearen Bauteil abfallen.
- Bestimmen Sie grafisch (z. B. mit GeoGebra oder EXCEL) den Strom und die Spannungen, die an dem nichtlinearen und linearen Bauteil abfallen.

### Aufgabe 2

Ein nichtlineares Bauteil habe die I-U-Kennlinie  $I = a \cdot U^2 + b \cdot U$  mit  $a = 0,004 / (\text{V}\Omega)$  und  $b = 0,004 / \Omega$ .

Dieses Bauteil wird zusammen mit einem linearen Widerstand  $R_L = 40 \Omega$  an eine Spannungsquelle mit  $U_0 = 30 \text{ V}$  angeschlossen.

- Bestimmen Sie rechnerisch den Strom und die Spannungen, die an dem nichtlinearen und linearen Bauteil abfallen.
- Bestimmen Sie grafisch (z. B. mit GeoGebra oder EXCEL) den Strom und die Spannungen, die an dem nichtlinearen und linearen Bauteil abfallen.

### Aufgabe 3

Ein nichtlineares Bauteil habe die I-U-Kennlinie  $I = a \cdot \sqrt{U}$  mit  $a = 0,1 \cdot \text{A}/\sqrt{\text{V}}$ .

Dieses Bauteil wird zusammen mit einem linearen Widerstand  $R_L = 50 \Omega$  an eine Spannungsquelle mit  $U_0 = 50 \text{ V}$  angeschlossen.

- Bestimmen Sie rechnerisch den Strom und die Spannungen, die an dem nichtlinearen und linearen Bauteil abfallen.
- Bestimmen Sie grafisch (z. B. mit GeoGebra oder EXCEL) den Strom und die Spannungen, die an dem nichtlinearen und linearen Bauteil abfallen.



## M 6 Transistor-Kennlinie

Wir betrachten als Beispiel einen bipolaren **npn-Transistor**. Der Strom, der durch einen Transistor fließt (genauer: vom **Kollektor (C)** zum **Emitter (E)**), heißt **Kollektorstrom**. Er wird mit  $I_c$  bezeichnet. Es fällt dann am Transistor (genauer: zwischen **Kollektor** und **Emitter**) eine Spannung  $U_{CE}$  am Transistor ab.

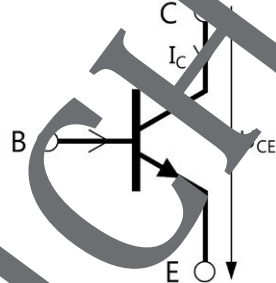


Abb. 12 © Dr. W. Zettlmeier

Den Zusammenhang zwischen dem Kollektorstrom  $I_c$  und der Kollektor-Emitter-Spannung  $U_{CE}$  zeigt beispielhaft die Abbildung unten. Dabei ist zu beachten, dass die  $I_c$  -  $U_{CE}$  - **Kennlinie des Transistors** von dem Basisstrom  $I_b$  abhängt, der in die **Basis (B)** hineinfließt.

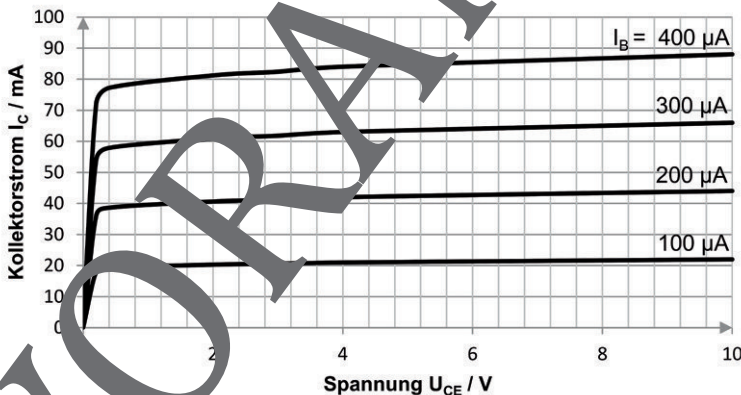


Abb. 13 © A. Donges

**Aufgabe**

- Bestimmen Sie den Kollektorstrom  $I_C$  sowie die Spannungen, die an  $R_C$  bzw. zwischen Kollektor und Emitter abfallen für  $I_B = 100, 200$  und  $400 \mu\text{A}$ .
- Erstellen Sie den Graphen  $I_C$  in Abhängigkeit von  $I_B$ .
- Wie groß ist der Widerstand  $R_{CE}$  des Transistors zwischen Kollektor und Emitter für  $I_B = 100, 200, 300$  und  $400 \mu\text{A}$ ?

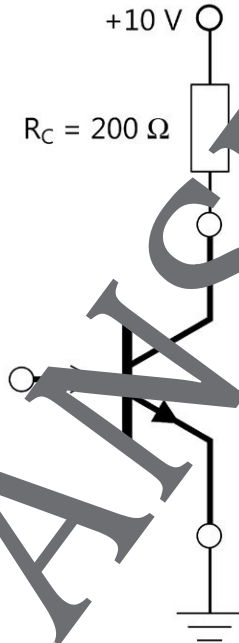


Abb. 14: © Dr. W. Zettlmeier



## M 7 Zwei nichtlineare Bauteile in Reihe

Zum Abschluss betrachten wir den Fall, dass zwei nichtlineare Bauteile in Reihe an eine Spannungsquelle mit  $U_0 = 12\text{ V}$  angeschlossen sind.

Die I-U-Kennlinien zeigt die untere Abbildung.

### Aufgabe

- Bestimmen Sie die Spannungen an den beiden Bauteilen und den Strom.
- Wie groß sind die Widerstände der beiden Bauteile in dieser Schaltung?



**Tipp:** Die **Arbeitsgerade** ist in diesem Fall durch eine **Arbeitskurve** zu ersetzen. Pausen Sie auf eine Overhead-Folie die I-U-Kennlinie des zweiten Bauteils ab und legen Sie – nach passender Drehung – die Folie auf die I-U-Kennlinie des ersten Bauteils (siehe Seite 2). Aus dem Schnittpunkt der beiden Kurven können Sie dann den Strom und die Spannungen ablesen.

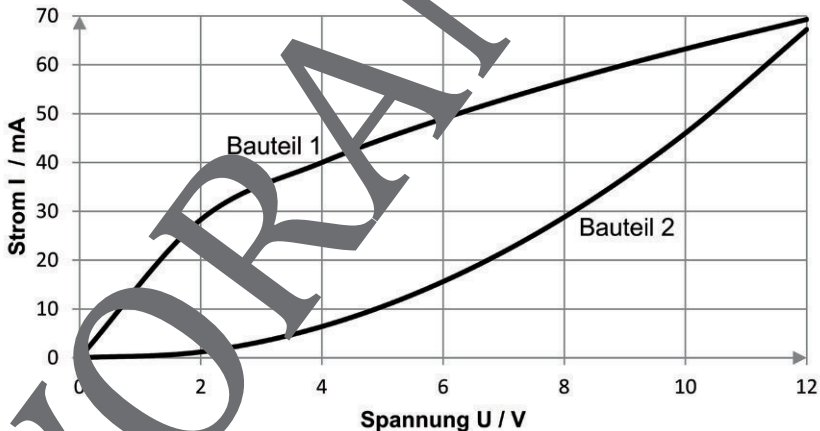


Abb. 15: © M. Donges

## Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



### Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über  
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch  
SSL-Verschlüsselung

**Mehr unter: [www.raabe.de](http://www.raabe.de)**