P.1.25

Tests und Klausuren – Tests

Satz des Thales und Pyramiden – Zwei Übungstests aus Analytischer Geometrie

Alfred Müller

Überprüfen Sie mithilfe von zwei Übungstests aus dem Bereich der Analytischen Geometrie den Wissensstand Ihrer Schülerinnen und Schüler. Im Zuge der Aufgaben führen die Lernenden einen Beweis zum Satz des Thales, bestimmen Spiegelpunkte und untersuchen die Lage von Punkten, Geraden und Ebenen zueinander. Ferner stellen sie Pyramiden im dreidimensionalen Raum dar, berechnen Flächen und Volumina sowie Winkel zwischen Geraden bzw. Ebenen.
Die Übungstests sind mit Zeitvorgaben versehen, mit denen sich in Kombination mit dem Bewertungsschlüssel auch im Selbststudium realistische Prüfungsbedingungen simulieren lassen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Kompetenzen:	Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Problemlösekompetenz
Methoden:	Abiturvorbereitung, Analyse, Computer- und Softwareeinsatz, Übungen
Thematische Bereiche:	Prüfungsvorbereitung, Übungstest, Beweisführung, Satz des Thales, Spiegelung, Projektion, Pyramide, Geraden, Ebenen, Schnittgeraden, Schnittwinkel

Fachliche Hinweise

Die Jugendlichen verfügen über räumliches Vorstellungsvermögen und können mit Punkten, Geraden und Ebenen im Raum umgehen. Sie sind in der Lage, mithilfe von Punkten, Geraden und Ebenen eine Pyramide zu modellieren und Schnittgeraden bzw. Schnittwinkel zu bestimmen. Selbstständiges Denken erfordert eine Beweisführung für den Satz des Thales.

Auf einen Blick

Übungstests zur Analytischen Geometrie

M 1 Ebenen, Geraden, Pyramide und der Satz des Thales

M 2 Ebenen, Geraden, Pyramide und Schattenwurf

Ebenen, Geraden, Pyramide und der Satz des Thales **M 1**

1. In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1|1|2), B(5|-1|1)$ und $C(1|5|0)$ sowie die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \rho \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \rho \in \mathbb{R}$ gegeben.

   a) Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C eine Ebene E bilden und geben Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform an. Bestimmen Sie dann die Koordinaten der Schnittpunkte T_i mit der x_i-Koordinatenachse (i = 1, 2, 3) und zeichnen Sie ein Schrägbild der Ebene E in einem räumlichen Koordinatensystem. Welchen Flächeninhalt A_1 und welche Innenwinkel hat das Dreieck ABC? **[9 BE]**

   b) Welche Lage besitzen die Gerade g und die Ebene E zueinander? Bestimmen Sie eine Gleichung der Spurgeraden s der Ebene E mit der x_1x_2-Koordinatenebene. Begründen Sie jetzt **ohne Rechnung,** dass der Punkt C auf der Geraden s liegt. Zeigen Sie ferner, dass der Schnittpunkt D der Geraden g mit der x_1x_2-Ebene ebenfalls auf der Geraden s liegt. **[5 BE]**

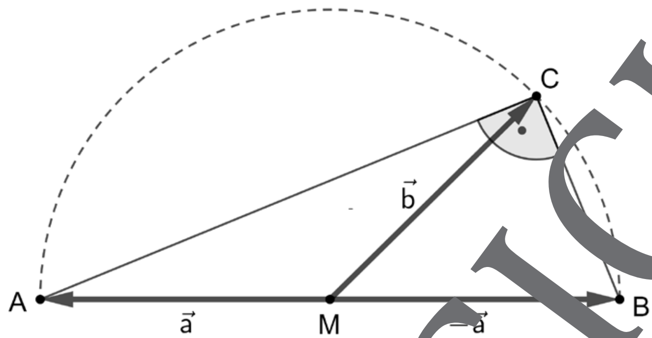
2. Der Koordinatenursprung O und die Punkte C und D bilden die Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze $S(1|3|4)$.

   a) Tragen Sie diese Pyramide in das obige Schrägbild ein und berechnen Sie den Schnittpunkt Q der Ebene E mit der Kante [OS] der Pyramide OCDS. Welche besondere Lage besitzt der Punkt Q bezüglich der Kante [OS]? Stellen Sie dann das Flächenstück A_2, das die Ebene E aus der Pyramide ausschneidet, im Schrägbild dar und berechnen Sie die Maßzahl von A_2. **[8 BE]**

   b) Bestimmen Sie den Inhalt der Grundfläche OCD der Pyramide sowie den Abstand h der Spitze S von der Grundfläche. Berechnen Sie dann das Volumen der Pyramide auf zwei verschiedene Arten. **[5 BE]**

   c) Der Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ gibt die Richtung von parallel einfallendem Licht an. Dabei wirft die Pyramide OCDS einen Schatten auf die x_1x_2-Koordinatenebene. Berechnen Sie die Koordinaten des Schattenpunkts S* der Pyramidenspitze S. Zeichnen Sie den Pyramidenschatten in das Koordinatensystem ein und zeigen Sie, dass die Grundfläche OCD der Pyramide zusammen mit dem Schattenbild ein Parallelogramm bildet. **[7 BE]**

3. Zeigen Sie anhand der nachfolgenden Figur den Satz des Thales:
Liegt die Ecke C eines Dreiecks ABC auf dem Halbkreis der Sehne [AB], dann ist das Dreieck ABC rechtwinklig mit dem rechten Winkel im Punkt C.



Grafik: Günter Gerstbrein **[6 BE]**

Arbeitszeit: 50 Minuten **Gesamt: [40 BE]**