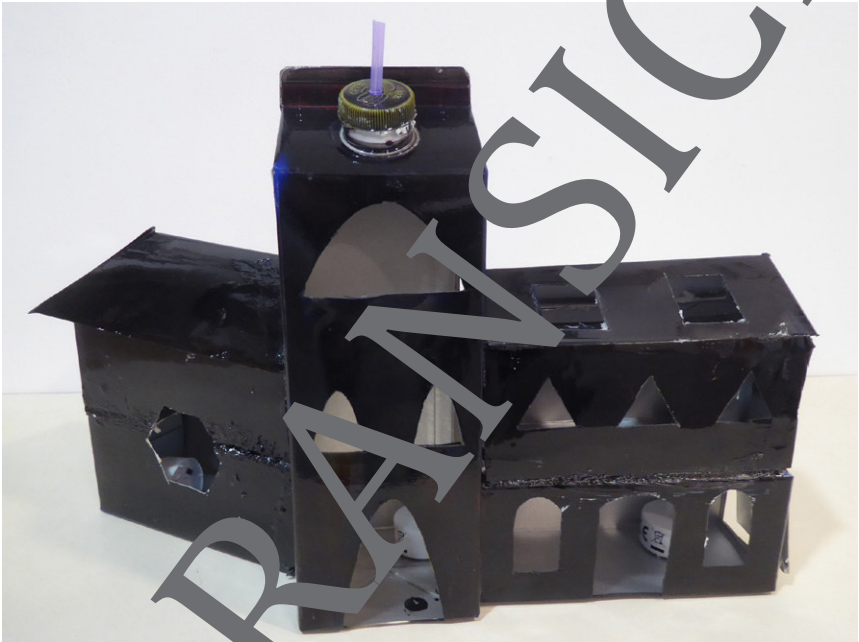


R.6.10

Flächen- und Rauminhalte

Erweiterung eines Weihnachtsdorfes durch den Bau eines Gebäudes mit Getränkekartons

Günther Weber



© RAABE 2024

Foto: Günther Weber

Getränk kartons gibt es in den unterschiedlichsten Formen und Größen. Schneidet man diese zu, so können die Getränkekartons so zusammengesetzt werden, dass ein Gebäude entsteht. Mit den Methoden der Analytischen Geometrie untersuchen Ihre Schülerinnen und Schüler Längen, Winkel, Ebenen und Flächen bei diesem Gebäude. Ebenso betrachten sie Fenster und Türen auf der Vorderseite des Gebäudes mit den Methoden der Analysis und übertragen bestimmte Koordinaten in das räumliche Koordinatensystem.

KOMPETENZPROFIL

| | |
|----------------------|---|
| Klassenstufe: | (10)/11/12/13 |
| Dauer: | 5–6 Unterrichtsstunden (ohne Basteln) |
| Kompetenzen: | Mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischer, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Textkompetenz, Umgang mit Texten und Medien |
| Methoden: | Computer- und Softwareeinsatz, digitale Übung, Übung |
| Materialart: | GeoGebra-Datei, Grafik |
| Inhalt: | Ortsvektoren von Punkten, Winkelfunktionen, Geradengleichung, Einheitsrichtungsvektoren, Schnitt von Gerade und Ebene, Schnittwinkel von Ebenen bzw. Gerade und Ebene, Mittelpunkt einer Strecke, Abstand zweier Punkte, Punktprobe, Volumen von Pyramide bzw. Prisma, Flächeninhalt Dreieck und Trapez |

Didaktisch-methodische Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Die Lernenden kennen die Zwei-Punkte-Form bzw. Punkt-Richtungs-Form der Geradengleichung sowie die Normalen- und Koordinatenform der Ebenengleichung. Eine Punktprobe oder die Bestimmung des Schnittpunktes einer Geraden mit einer Ebene bereitet ihnen keine Probleme. Die Jugendlichen können mit den Methoden der Analytischen Geometrie Abstandsberechnungen und Winkelberechnungen durchführen sowie Flächeninhalte von Dreiecken und Trapezen und das Volumen von Prismen und Pyramiden bestimmen. Die Schülerinnen und Schüler können den Ortsvektor eines Punktes mithilfe von Einheitsrichtungsvektoren bestimmen. Die Winkelfunktionen und der Satz des Pythagoras sind ebenso bekannt wie das Aufstellen der Gleichungen von Geraden, Parabeln oder Kreisen.

Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/331/gost_klp_m_2023_06_07.pdf

(aufgerufen am 04.10.2024) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum,
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar,
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes des Pythagoras,
- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar,
- interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext,
- untersuchen Lagebeziehungen von Geraden,
- nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen,
- stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
- untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen,
- berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen,
- berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten,
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen,
- führen Spiegelungen an Ebenen durch,
- untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse

Aus den Inhalten der Mittelstufe nutzen sie den Satz des Pythagoras, die Winkelfunktionen, das Aufstellen von Geraden- und Ebenengleichungen sowie die Kreisgleichung und berechnen Volumina bzw. Flächen.

Zudem nutzen die Lernenden mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge, um Sachverhalte zu veranschaulichen bzw. Ergebnisse zu kontrollieren.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

Das aus Getränkekartons zusammengesetzte Haus ist beispielhaft und kann durch eigene gebastelte Häuser ersetzt werden. Eventuell sind die im Beitrag verwendeten Getränkekartons vorhanden, sodass die realen Objekte betrachtet werden können. Bevor die Schülerinnen und Schüler mit der Bearbeitung der Aufgaben beginnen, klären Sie einige Begriffe, die mit der Dachform zu tun haben (Sattel- bzw. Walmdach, First- bzw. Fußpfette, Traufe).

Bei leistungsschwächeren Lerngruppen bestimmen Sie bei den **Aufgaben 1a)** und **2a)** die Koordinaten von H_1 bzw. N_1 gemeinsam; bei **Aufgabe 3a)** kann dies bei der Bestimmung von M_1 auch bei leistungstärkeren Lerngruppen geschehen. Bei **Aufgabe 2b)** geben Sie einen Hinweis auf den Höhensatz und bei **Aufgabe 3)** weisen Sie vor der Bearbeitung darauf hin, dass die Längskanten des Gebäudes parallel zur Diagonalen des Hausgebäudes verlaufen. Ebenso erfolgt vor der Bearbeitung der **Aufgabe 2)** und **3)** ein Hinweis, dass teilweise gerundete Koordinaten vorliegen und die Bestimmung des Schnittpunktes zweier Geraden durch Kombination der Geradengleichungen nicht möglich ist. Bei **Aufgabe 3f)** kann im Unterrichtsgespräch herausgestellt werden, dass ein reguläres Sechseck in sechs gleichseitige Dreiecke zerlegt werden kann und die Formel für die Höhe im gleichseitigen Dreieck kann wiederholt werden. Bei leistungsschwächeren Lerngruppen kann das Verfahren, wie man die ebenen Koordinaten auf den Raum überträgt, schon vor der Bearbeitung besprochen werden.

Leichtere Aufgaben sollten von den Jugendlichen händisch gelöst werden, da diese Aufgaben auch im hilfsmittelfreien Teil des Abiturs vorkommen können. Dies gilt besonders für die **Aufgabe 1)** und **Aufgabe 2)**.

Bei vielen Aufgabenstellungen ist der Sachverhalt mithilfe von GeoGebra veranschaulicht und die Lösung bestimmt bzw. die Lösung kontrolliert werden. Insbesondere bei schwächeren Lerngruppen empfiehlt sich diese Vorgehensweise.

Betrachtet man nur die Form der Türen und Fenster auf der Vorderseite der Gebäude, so können die entsprechenden Aufgaben auch in der Mittelstufe bearbeitet werden. Zur besseren Bestimmung der Koordinaten der Punkte können die Abbildungen vergrößert werden.

M 1 Basteln eines Weihnachtsdorfes im DIY (Do it yourself)

Im folgenden Text sind evtl. benötigte Materialien fett gekennzeichnet.

Verwenden Sie zum gemeinsamen Basteln mit den Schülerinnen und Schülern **Getränkekartons**, z.B. Milch- oder Safttüten, die vorher gründlich gereinigt werden sollten. Zur Interdrücken der Aufdrucke empfiehlt es sich, die Getränkekartons farbig zu gestalten. Dies kann geschehen, indem die Jugendlichen die gewünschte **Farbe** mit einem Pinsel auftragen oder die Getränkekartons mit Sprühfarbe versehen. Verzierungen der Seiten/Dächer der Gebäude lassen sich dann noch mit einem farbigen **Permanentmarker** hervorheben.

Nutzen Sie zur Gestaltung der Gebäude **Cuttermesser** oder **Bastelskalpelle**, um die Kartons zurechtzuschneiden. Mit diesen Werkzeugen lassen sich auch die Dachformen aus den Getränkekartons gestalten und Fenster und Türen in die Seitenflächen bzw. Dachflächen schneiden.

Vorsicht: Insbesondere das Skalpell ist spitz und sehr scharf und kann beim unvorsichtigen Gebrauch zu Verletzungen führen. Fügen Sie die Getränkekartons mit einem Kleber zusammen, um ein Verrutschen zu vermeiden.

Eine weihnachtliche Beleuchtung des Gebäudes kann durch eine LED-Lichterkette oder LED-Teelichter im Inneren des Gebäudes erfolgen. Normale Teelichter sind zwar auch möglich, jedoch besteht dabei Brandgefahr.

Vgl hierzu: [Skandinavische Weihnachtsdeko basteln – Julia to the fullest | Weihnachtsdeko basteln, Weihnachtsdeko selber basteln, Skandinavische weihnachtsdeko](#), (pinterest.de, aufgerufen am 10.10.2024).

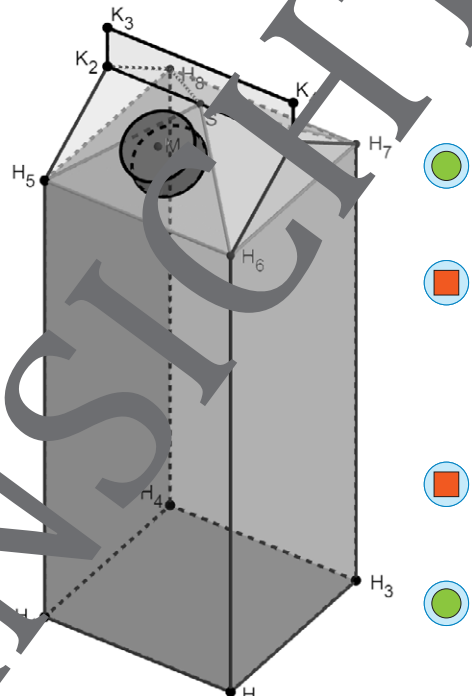


Foto: Günther Weber

Aufgaben:

1. In einem geeigneten Koordinatensystem liegt die Grundfläche in der xy -Koordinatenebene und der Mittelpunkt der quadratischen Grundfläche des Getränkekarton im Koordinatenursprung.
 - a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte H_1 bis H_8 , wenn der Punkt H_1 im 4. Oktanten liegt und geben Sie die Spitze S der gefalteten Pyramide an.
 - b) Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene E_1 durch die Punkte H_6 , H_7 und S sowie die Gleichung der Ebene E_2 durch die Punkte H_5 , H_6 und S in Koordinatenform. Berechnen Sie den Schnittwinkel der beiden Ebenen.
 - c) Begründen Sie, dass der Mittelpunkt M des Schraubverschlusses ungefähr die Koordinaten $M(0|-3,12|25,2)$ hat.
 - d) Geben Sie die Gleichung der Geraden g an, auf der die obere Abschlusskante K_3K_4 liegt.
 - e) Aus dem Mittelpunkt des Schraubverschlusses ragt ein 3 cm langer Schornstein senkrecht zur Grundfläche des Gebäudes verläuft. Bestimmen Sie die Koordinaten der Spitze S_p des Schornsteins und berechnen Sie den Abstand der Schornsteinspitze P von der oberen Kante K_3K_4 .

Grafik: Günther Weber



Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

