

Origami – ein Diamant im Mathematikunterricht

Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber

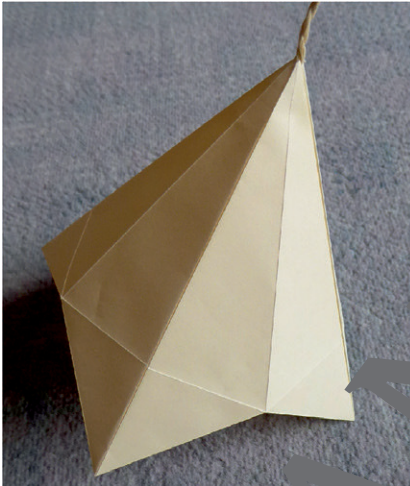
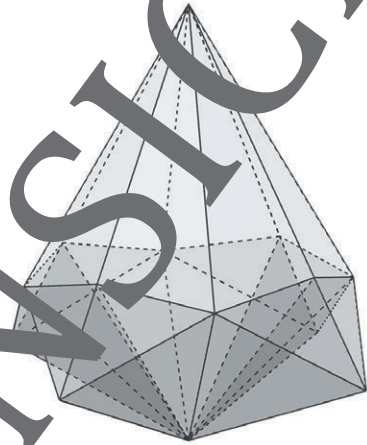


Foto: Günther Weber



Papierfalten bietet für den Mathematikunterricht eine Vielzahl interessanter Anwendungsmöglichkeiten. So können z. B. in der Ebene die Eigenschaften von Figuren oder im Raum in der Analytischen Geometrie der Faltvorgang (Faltebene, Faltwinkel) näher untersucht werden. Die Lernenden entwickeln dabei ihr räumliches Vorstellungsvermögen, da sie bei der Faltung die Lage der geometrischen Objekte direkt betrachten (von der Hand in der Hand).

Im Rahmen dieses Beitrags falten die Schülerinnen und Schüler aus einem quadratischen Blatt Papier einen Diamanten. Die Längen der Strecken, die bei diesem Faltvorgang entstehen, dienen als Grundlage für die räumlichen Koordinaten des Diamanten. Ferner bestimmen die Lernenden das Volumen und die Oberfläche sowie einige Winkel zwischen den Kanten und Flächen. Zuletzt dient der gefaltete Diamant als Modell eines großen Diamanten, der in einer Ausstellungshalle aufgehängt wird. Dabei ermitteln die Jugendlichen die Lage dieses Diamanten im Raum und untersuchen, welche Schattwürfe entstehen, wenn ihn eine Lichtquelle bestrahlt.

Origami – ein Diamant im Mathematikunterricht

Oberstufe (grundlegend, weiterführend)

Günther Weber

Illustrationen von Günther Weber

Hinweise	1
M1 Faltanleitung	5
M2 Tippkarte – Bestimmung der Gleichung der Winkelhalbierenden	5
M3 Aufgaben	6
Lösungen	9

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

das Aufstellen der Gleichung von Winkelhalbierenden in der Ebene und die Bestimmung von Streckenlängen mithilfe der Winkelunktionen des rechtwinkligen Dreiecks. Mithilfe der Streckenlängen bestimmen die Jugendlichen die Koordinaten der Eckpunkte eines gefalteten Körpers und berechnen die Oberfläche und das Volumen dieses Körpers sowie Winkel zwischen Kanten und Flächen des Körpers. Fasst man den gebastelten Körper als Modell eines größeren Körpers in einem Raum auf, so werden die neuen räumlichen Koordinaten der Eckpunkte bestimmt. Betrachtet werden zudem die senkrechte und die zentrale Projektion des Körpers.

Hinweise

Origami im Mathematikunterricht:

Bei Origami handelt es sich um die Kunst des Papierfaltens. Der Begriff ist abgeleitet aus den beiden Wortteilen „ori“ für Falten und „kami“ für Papier, wobei das Wort „kami“ dann zu „gami“ wurde.

Papierfalten bietet für den Mathematikunterricht eine Vielzahl interessanter Anwendungsmöglichkeiten. So können z. B. in der Ebene die Eigenschaften von Figuren oder im Raum in der Analytischen Geometrie der Faltvorgang (Faltebene, Faltwinkel) näher untersucht werden. Das Papierfalten unterstützt hierbei die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens, da die Lage der geometrischen Objekte bei der Faltung direkt beobachtet werden kann (von der Hand in den Kopf). Vielleicht werden aber auch einige Schüler für den Beruf „Ingenieur mit Origami“ inspiriert (siehe [„Engineering with Origami“ – YouTube](#), abgerufen am 3.10.22).



Lernvoraussetzungen:

Die Lernenden können Berechnungen mithilfe des Satzes des Pythagoras oder der Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck durchführen. Ebenso können sie (Halb-)geraden und Ebenengleichungen aufstellen und diese zum Schnitt bringen. Die Jugendlichen können Ortsvektoren von Punkten mithilfe von Einheitsrichtungsvektoren bestimmen. Die Schnittwinkelberechnung geometrischer Objekte bereitet ihnen ebenso keine Schwierigkeit wie die Volumen- und Oberflächenberechnung von Pyramiden. Die senkrechte Projektion bzw. die von einer Lichtquelle ausgehende Projektion ist den Schülerinnen und Schülern bekannt. Die Bestimmung der Gleichung der Winkelhalbierenden muss nicht bekannt sein. Als Hilfe zum Aufstellen der Gleichung dient die Tippkarte M2.

Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan

https://www.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/47/KLP_GoSt_Mathematik.pdf

(abgerufen am 03.10.2022)

finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen Geraden, Strecken und Ebenen in Parameterform dar,
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es,
- untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung),
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum,
- nutzen Symmetrien zur Bestimmung des Ortsvektors von Punkten
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen.

Optional:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- berechnen den Flächeninhalt von Dreiecken mithilfe des Skalarprodukts,
- berechnen das Volumen einer Dreieckspyramide mithilfe des Skalarprodukts.

Des Weiteren werden Inhalte aus der Mittelstufe wie der Satz des Pythagoras bzw. die Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck zur Berechnung von Längen verwendet. Zudem nutzen die Lernenden mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge, um Sachverhalte zu veranschaulichen bzw. Ergebnisse zu kontrollieren.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

Neben dem Basteln des Diamanten sind die aufeinander aufbauende Aufgaben 3) und 4) die Kernaufgaben. Die anderen Aufgaben sind nicht aufeinander aufbauend und können, falls die Zeit knapp bemessen ist, weggelassen werden.

Das Basteln sollte in zwei Schritten geschehen, indem zuerst die Dreiecke an zwei gegenüberliegenden Quadratseiten zusammengeklebt werden und erst nach dem Trocknen alle Dreiecke. Das Basteln kann als vorbereitende Hausaufgabe aufgegeben werden.

Der Faltvorgang kann bei **Aufgabe 7)** veranschaulicht werden. Hierzu schneidet man das Ausgangs-Quadrat ausgehend vom Punkt B bis zur Winkelhalbierenden aus und schiebt ein Blatt Papier ein. Faltet man nun um Punkt B zu den Diagonalen, so kann der Halbkreis auf dem sich der Punkt B bewegt, eingezeichnet werden. Zeichnet man eine Parallele im Abstand 3 cm zur Grundfläche ein, so kann der Faltwinkel experimentell ermittelt werden.

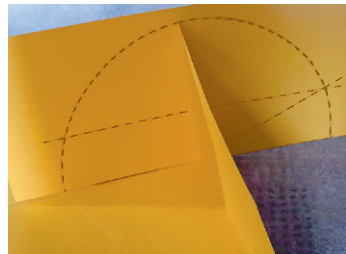


Bild: Günther Weber

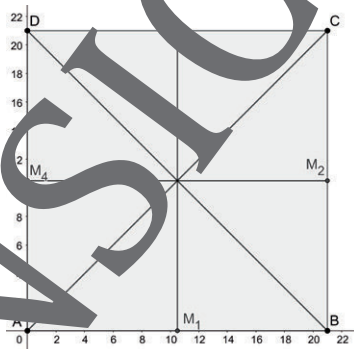
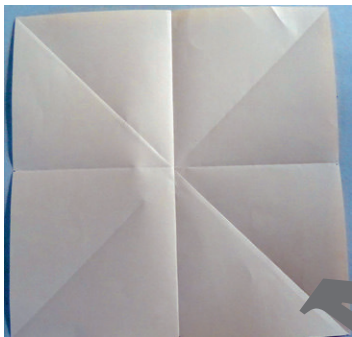
Aufgabe 8) kann auf verschiedene Arten gelöst werden. Möglich sind die Berechnungen mithilfe von Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck, die Ähnlichkeit von Dreiecken oder die Bestimmung der Schnittpunkte und anschließend die Berechnung der Längen zwischen den Punkten. Zur Kontrolle – aber auch zur Ermittlung der Längen – können die Lösungen (siehe Schritt 3) mit einem Geometrieprogramm konstruiert und der Abstand der Schnittpunkte gemessen werden.

M1 Faltanleitung für den Diamant

Anmerkung: Im Folgenden wird von einem Quadrat der Seitenlänge 21 cm (kleinere Seite eines DIN A4-Blattes) ausgegangen.

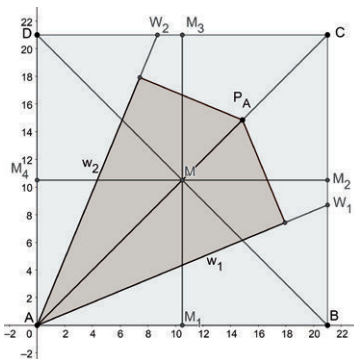
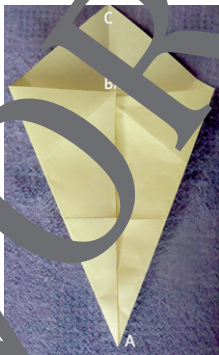
Schritt 1

Falten Sie das Blatt Papier nacheinander entlang der Diagonalen \overline{AC} und \overline{BD} sowie entlang der Mittellinien $\overline{M_1M_3}$ und $\overline{M_2M_4}$. Falten Sie das Blatt nach jeder Faltung wieder auseinander.



Schritt 2

Falten Sie die von A ausgehenden Quadratseiten so, dass die Eckpunkte A bzw. D auf der Diagonalen \overline{AC} liegen. Die Quadratseiten \overline{AB} und \overline{AD} liegen somit auf der Diagonalen \overline{AC} . Die entstehende Figur ist ein Drachens.



Grafiken und Bilder: Günther Weber

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de