

Übungsaufgaben: Ebenen und Geraden, Kugeln und Lagebeziehungen

Ein Beitrag von Alfred Müller



© RoyalSpirit / iStock / Getty Images Plus

Dieser Beitrag bietet zwei Übungsaufgaben, in denen Ihre Schülerinnen und Schüler mit Ebenen und Geraden arbeiten. Nach der Untersuchung eines Würfels oder eines Dreiecks befassen sie sich intensiv mit Kugeln. Dabei berechnen sie Lagebeziehungen sowohl zwischen einer Kugel und einer Ebene als auch zwischen zwei Kugeln. Ferner bestimmen sie Berührungspunkte und Tangentialebenen sowie Schnittkreise.

Für realistische Prüfungsbedingungen sorgen eine Zeitvorgabe für jeden der beiden Tests sowie ein Bewertungsschlüssel.

Übungsaufgaben: Ebenen und Geraden, Würfel und Kugel

Oberstufe (grundlegend)

Ein Beitrag von Alfred Müller

M1 Würfel und Kugeln	1
M2 Dreieck und Kugeln	2
Bewertungsschlüssel	3
Lösungen	4

Die Schülerinnen und Schüler sollen

mit den Werkzeugen der Analytischen Geometrie sowohl einen Würfel oder ein Dreieck als auch Ebenen und Kugeln untersuchen. Sie bestimmen die Lage zweier Kugeln zueinander bzw. zwischen einer Kugel und einer Ebene. Ferner berechnen sie Schnittkreise sowie Berührungspunkte und Tangentialebenen.

Überblick

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methoden
Geraden	M1, M2	AB
Ebenen	M1, M2	AB
Kugel	M1, M2	AB
Tangentialebene und Berührungspunkt	M1, M2	AB
Schnittkreis	M1, M2	AB
Lagebeziehung zwischen Kugeln	M1	AB
Lagebeziehung zwischen Kugel und Ebene	M1, M2	AB
Würfel	M1	AB
Dreieck	M2	AB
Innenwinkel	M2	AB
Schwerpunkt	M2	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Koordinaten, Punkte, Vektoren, Gerade, Ebene, Parameterform, Normalenform, Hesse-Form, Würfel, Dreieck, Kugel, Schnittpunkt, Berührungspunkt, Tangentialebene, Schnittkreis, Lagebeziehungen, Winkel

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Würfel und Kugeln

M1

1. Die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ und $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ 2 \end{pmatrix}$ stehen paarweise aufeinander senkrecht.
- Zeigen Sie dies für die Vektoren \vec{a} und \vec{c} , berechnen Sie dann p_1 und p_2 mit den Koordinaten p_1 und p_2 . Zeigen Sie, dass alle Vektoren den gleichen Betrag besitzen. **[3 BE]**
 - Ein Würfel OABCPDEF wird durch die Ortsvektoren $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ und $\vec{OP} = \vec{p}$ bestimmt. Zeichnen Sie ein Schrägbild des Würfels, bestimmen die Ortsvektoren \vec{b} , \vec{d} , \vec{e} , \vec{f} in Abhängigkeit von \vec{a} , \vec{c} , \vec{p} und geben Sie die Koordinaten der Würfelpunkte an. **[4 BE]**
 - Die Würfelpunkte A, P und C bestimmen die Ebene E_1 . Geben Sie eine Gleichung von E_1 in Normalenform an. **[3 BE]**
2. Das Lot vom Ursprung O auf die Ebene E_1 ist der Durchmesser einer Kugel K_1 .
- Stellen Sie eine Gleichung der Kugel K_1 auf und berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes Q mit der Ebene E_1 . **[4 BE]**
 - Berechnen Sie a so, dass die Gerade $g: \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ parallel zur Ebene E_1 ist und zeigen Sie dann, dass dann die Gerade g Tangente an die Kugel K_1 ist. **[4 BE]**
3. Eine Kugel K_2 um den Punkt P geht durch den Ursprung.
- Stellen Sie die Gleichung der Kugel K_2 auf und bestimmen Sie den Mittelpunkt R und den Radius r des Schnittkreises der Kugel K_2 mit der Ebene E_1 . **[5 BE]**
 - Welche gegenseitige Lage besitzen die Kugeln K_1 und K_2 ? **[4 BE]**
4. Gegeben ist ferner die Ebene $E_2: 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 14 = 0$
- Welche gegenseitige Lage hat die Ebene E_2 zur Kugel K_1 ? **[4 BE]**
 - Eine Kugel K_3 , die die Ebene E_2 als Tangentialebene besitzt und deren Mittelpunkt M $(m_1 | m_2 | m_3)$ von E_2 den Abstand $d = -3$ LE besitzt, geht noch durch den Punkt $P(2 | 3 | 1)$. Bestimmen Sie eine Gleichung von K_3 . **[8 BE]**

Arbeitszeit: 45 Minuten

Gesamt: [40 BE]

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de