Vermischte Übungen: Neubau mit Solarmodulen geometrisch betrachtet und andere Aufgaben

Ein Beitrag von Alfred Müller
Illustrationen von Mona Hitzenauer

© Siri Stafford / The Image Bank / Getty Images Plus

Dieser Beitrag bietet Ihnen eine Reihe von Aufgaben aus dem Bereich der Analytischen Geometrie. Zur Lernerfolgskontrolle sowie Zeitangaben ermöglichen es Ihnen, sie in Form von Übungstests einzusetzen, es spricht aber auch nichts dagegen, dass die Schülerinnen und Schüler sie im Rahmen einer regulären Unterrichtsstunde oder einer Hausübung lösen. Eine praktische Anwendungsmöglichkeit der Werkzeuge der Analytischen Geometrie bietet dabei eine Aufgabe, in der ein Neubau mit Solarmodulen am Dach geometrisch modelliert und untersucht wird.

RAABE, KLASSE SCHULE

Vermischte Übungen: Neubau mit Solarmodulen, geometrisch betrachtet und andere Aufgaben

Ein Beitrag von Alfred Müller
Illustrationen von Mona Hitzenauer

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

In einer Vielzahl von Aufgaben wiederholen die Schülerinnen und Schüler den Stoff aus dem Bereich der Analytischen Geometrie. Eine Lernerfolgskontrolle sowie Zeitangaben ermöglichen es Ihnen, die Aufgaben auch in Form von Übungstests zu verwenden. Es spricht aber auch nichts dagegen, sie im Rahmen des Unterrichts oder auch als Hausübung zu lösen. Eine praktische und anschauliche Möglichkeit, das Gelernte einzusetzen, bietet dabei die Aufgabe „Neubau mit Solarmodulen". Dabei erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass die Werkzeuge der Mathematik auch in der Realität zur Anwendung kommen können.

Überblick:

AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Geraden	M1 – M6	AB
Ebenen	M1 – M6	AB
Winkel	M1 – M4, M6	AB
Pyramide	M1 – M4	AB
Flächeninhalt	M1 – [illegible]	AB
Schnittgerade	M1, M2, M4	AB
Dreieck	M1, M2, M4	AB
Ebenenschar	M1, M4	AB
Volumen	M2, M3	AB
Projektion	M3	AB
Parallelogramm	M3	AB
Kreis / Umkreis	M4, M5	AB
Kugel	M4, M5	AB
Mathematisch modellieren	M6	AB

● einfaches Niveau ■ mittleres Niveau ▲ schwieriges Niveau

Differenzierung

Material	M1	M2	M3	M4	M5	M6
Niveau	■	●	■	■	▲	●

Kompetenzprofil:

Inhalt: Koordinaten, Punkte, Gerade, Ebene, Ebenenschar, Parameterform, Normalenform, Hesse-Form, Schnittpunkt, Schnittwinkel, Neigungswinkel, Lagebeziehung, Projektion, Dreieck, Viereck, Parallelogramm, Kreis, Umkreis, Pyramide, Kugel, Kegel, Fläche, Volumen

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Dreieck und Ebenenschar **M1**

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|1|2)$, $B(-4|5|4)$ und $C_k(k-2|4|3+k), k \in \mathbb{R}$ gegeben.
   a) Bestimmen Sie die Gleichung der Punktemenge g in Parameterform, die durch die Punkte C_k angegeben wird, und zeigen Sie, dass für alle Punkte C_k die Punkte ABC_k ein Dreieck bilden. **[4 BE]**
   b) Bestimmen Sie dann die Werte k_1, k_2, für die das Dreieck ABC_k bei C_k rechtwinklig ist. Bestimmen Sie dann den Flächeninhalt des Dreiecks ABC_2 für $k = 2$. **[5 BE]**
   c) Bestimmen Sie eine Gleichung derjenigen Ebene E in Normalenform, in der die Punkte A, B und C_2 liegen. **[4 BE]**
   d) Auf der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$ gibt es einen Punkt C′, der den gleichen Abstand von der Ebene E besitzt wie der Punkt C_{-2}. Bestimmen Sie die Koordinaten von C′. **[6 BE]**
   e) Die Punkte C_{-2} und C′ bilden mit den Punkten A, B und C_2 Pyramiden ABC_2C_{-2} und ABC_2C'. Bestimmen Sie deren Volumina auf zwei verschiedene Arten. **[4 BE]**
   f) In welchem Punkt und unter welchem spitzen Winkel schneidet die Gerade g von Teilaufgabe 1d die Ebene E? **[4 BE]**

2. Gegeben ist ferner die Ebenenschar $E_a: (1-a)x_1 - 4x_2 + (1+a)x_3 - 4 = 0, a \in \mathbb{R}$.
   a) Zeigen Sie, dass die Ebene E zu dieser Ebenenschar gehört. Bestimmen Sie dann diejenige Ebene E_a aus der Schar, die senkrecht auf der Ebene E steht. **[4 BE]**
   b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s der Ebenen E_3 und E_{-3} aus der Ebenenschar E_a und zeigen Sie, dass diese Gerade s in allen Ebenen der Schar liegt. **[5 BE]**
   c) Welche Ebene E′ besitzt die gleiche Schnittgerade s, gehört aber nicht zur Schar E_a? Bestimmen Sie eine Gleichung von E′. **[4 BE]**

Arbeitszeit: 55 Minuten **Gesamt: [40 BE]**