Abiturvorbereitung: Ein Haus am Steilhang – geometrisch betrachtet und andere Aufgaben

Alfred Müller

© alvarez/E+/Getty Images Plus

Dieser Beitrag bietet Ihnen sechs Testklausuren, in denen die Jugendlichen ihre Fähigkeiten im Bereich Analytische Geometrie prüfen. Die Lernenden arbeiten mit Punkten und Vektoren in Koordinatensystemen und Vektorräumen und trainieren ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Für realistische Prüfungsbedingungen sorgt dabei eine Bearbeitungszeitvorgabe.

RAABE
KLASSE SCHULE

Abiturvorbereitung: Ein Haus am Steilhang geometrisch betrachtet und andere Aufgaben

Alfred Müller

Die Schüler und Schülerinnen lernen:

ihre Fähigkeiten im Bereich analytische Geometrie an abiturrelevanten Aufgaben einzusetzen und zu prüfen. In anschaulichen Beispielen trainieren sie ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Insbesondere die Aufgabe „Das Haus am Steilhang“ lässt sie erkennen, dass es für die gelernten Methoden auch praktische Anwendungsmöglichkeiten gibt.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:
Ab Arbeitsblatt **LEK** Lernerfolgskontrolle

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M 1–M 6	Ab, LEK

Erklärung zu Differenzierungssymbolen

einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

Kompetenzprofil:

Inhalt: Geraden- und Ebenengleichungen in Parameterform, Normalenform, Lagebeziehungen, Schnittpunkte und -geraden, Schnittwinkel, Flächen, Körper, Vektorraum, Lagebeziehungen

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Ihre Klasse bzw. ihr Kurs sollte bereits mit den meisten der abiturrelevanten Themen der Analytischen Geometrie vertraut sein.

Lehrplanbezug

Die Schülerinnen und Schüler…

- arbeiten in Vektorräumen und (dreidimensionalen) Koordinatensystemen,
- stellen die Gleichungen von Geraden und Ebenen in Parameter- und Normalenform auf,
- bestimmen die Lagebeziehungen von Punkten, Geraden, Ebenen und Körpern zueinander,
- berechnen Schnittpunkte, Schnittgeraden und Schnittwinkel.

Einsatz im Unterricht

Die Materialien (**M 1-M 6**) sind einzeln als Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests gedacht. Die Jugendlichen sollten daher die Aufgaben möglichst allein und eigenständig lösen, damit die Tests aussagekräftig sind.

Differenzierung

Je nach Leistungsstärke sollten sich die Schülerinnen und Schüler die Materialen vornehmen. Wurde ein Material bzw. Test mit einfachem Niveau bestanden (etwa Note 4, siehe Tabelle in den Lösungen) kann ein mittelschwerer Test und schließlich der Test mit schwierigem Niveau bearbeitet werden.

Material	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6
Niveau	●	●	■	■	■	▲

Zusätzlich dazu finden die Jugendlichen, die noch Probleme mit der räumlichen Vorstellung haben, geometrische Veranschaulichungen in GeoGebra auf den Materialien mit mittlerem und schwierigem Niveau. Mithilfe der QR-Codes können die Lernenden die Darstellungen schnell und einfach mit ihren Smartphones öffnen.

M1 Trapez und Vektorraum

1. In einem Trapez ABCD sind die Vektoren $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ und $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\vec{a}$ gegeben.

   a) Fertigen Sie eine Skizze an und berechnen Sie die Vektoren $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ und [illegible] **[3 BE]**

   b) Die Verlängerungen der Seiten $[AD]$ und $[BC]$ über D bzw. C hinaus schneiden sich im Punkt E. Zeigen Sie, dass $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EA} = \vec{0}$ gilt. **[3 BE]**

   c) Der Punkt S ist der Schnittpunkt der Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$. In welchem Verhältnis teilt der Punkt S diese Diagonalen? **[6 BE]**

2. Im Vektorraum $V = \mathrm{IR}^3$ sind bezüglich der Standardbasis

   $$B_0 = \left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \text{ die Vektoren } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ [illegible] \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ gegeben.}$$

   a) Für welche Werte von a bilden diese drei Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ eine Basis B des Vektorraumes? **[2 BE]**

   b) Welche Koordinaten hat für [illegible] $(3 \quad 7 \quad 8)$ bezüglich der Basis B? **[5 BE]**

   c) Der Vektor $\vec{x}$ hat bezüglich der Basis B (mit a = 3) die Darstellung $\vec{x}_B^{\,T} = (1 \quad -3 \quad 2)$. Welche Koordinaten besitzt er bezüglich der Basis B_0? **[2 BE]**

   d) Für a = 7 spannen die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einen Raum IR^2 auf. Welche Koordinaten hat der Vektor $\vec{c}$ in diesem Raum? **[3 BE]**

   e) Die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sind die Ortsvektoren der Eckpunkte A, B, C eines Dreiecks ABC. Bestimmen Sie den Wert a sowie die Werte s_1 und s_3 so, dass der Punkt $S(s_1 \mid 1$ [illegible]$)$ der Schwerpunkt des Dreiecks ABC ist. **[3 BE]**

   f) Das Dreieck ABC der Teilaufgabe 2e (a = 1) wird zum Parallelogramm ABCD ergänzt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D sowie den Mittelpunkt M des Parallelogramms. **[3 BE]**