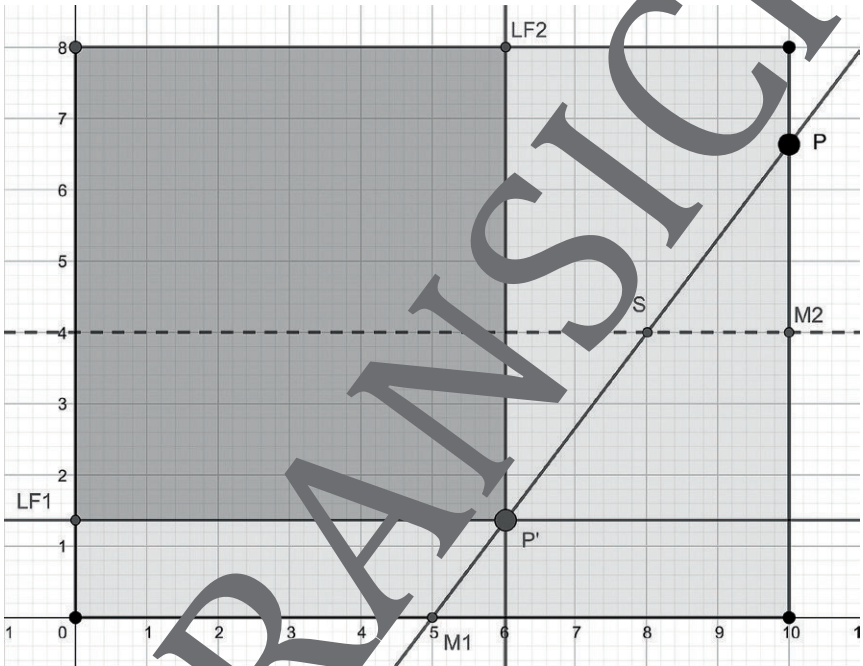


Rechteck im Rechteck

Günther Weber, Brilon
Abbildungen von Günther Weber



Grafik: Günther Weber

In einem Rechteck ist durch den Mittelpunkt einer Seite und einen Punkt P auf der benachbarten Seite eine Gerade festgelegt, die die Mittellinie des Rechtecks in einem Punkt S schneidet. Spiegelt man den Punkt P an S , so ist durch den Spiegelpunkt P' ein in dem Ausgangsrechteck liegendes Rechteck festgelegt.

Im Betrag bestimmen die Lernenden das Verhältnis der Flächeninhalte der beiden Rechtecke. Ebenso untersuchen sie, wie und ob sich das Verhältnis ändert, wenn der Punkt P auf der Rechteckseite seine Lage verändert, oder was passiert, wenn sie den Sachverhalt auf ein beliebiges Rechteck übertragen.

Rechteck im Rechteck

Oberstufe (grundlegendes/weiterführendes Niveau)

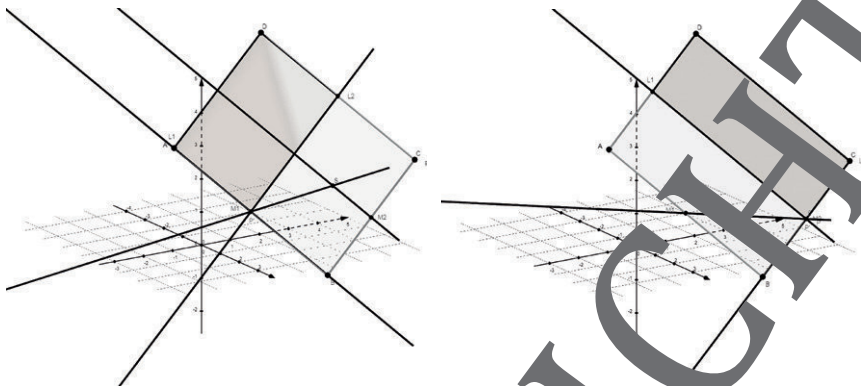
Günther Weber, Brilon

Abbildungen von Günther Weber


Hinweise	1
Aufgaben	3
Lösungen	5

Die Schüler lernen:

ihre bereits erworbenen Fähigkeiten in der analytischen Geometrie im räumlichen Koordinatensystem sicher anzuwenden. Dabei müssen sie nachweisen, dass ein Viereck ein ebenes Rechteck ist. Mit den Methoden der analytischen Geometrie bestimmen die Jugendlichen Geradengleichungen, berechnen die Koordinaten des Schnittpunkts von Geraden sowie die Koordinaten eines Spiegelpunktes. Die Lernenden ermitteln die Flächeninhalte des Ausgangsrechtecks sowie eines Rechtecks, das durch den Spiegelpunkt im Inneren des Ausgangsrechtecks festgelegt ist. Sie bestimmen das Flächenverhältnis der beiden Rechtecke und zeigen, dass dies unabhängig von der Lage eines Punktes auf der benachbarten Seite des Ausgangsrechtecks ist. In einem weiteren Schritt zeigen sie, dass das Flächenverhältnis unabhängig von dem Seitenverhältnis des Ausgangsrechtecks ist. Dieser Beweis kann sogar mit den Kenntnissen der Algebra der Mittelstufe geführt werden.



Grafiken: Günther Weber

 Die **Verallgemeinerung des Teilungsverhältnisses** – auch bei einem beliebigen Rechteck ist das Ausgangsrechteck immer doppelt so groß wie das inliegende Rechteck – können sehr Leistungsstarke aufzeigen und den anderen Klassenmitgliedern vorstellen. Oder Sie, als Lehrkraft, stellen den allgemeinen Beweisgang im Unterrichtsgespräch vor. Heuristisch können die Jugendlichen auch ein Rechteck beliebiger Größe zeichnen, einen beliebigen Punkt auf der Rechteckseite wählen und dann das Flächenverhältnis bestimmen.

Differenzierung

Aufgabe		2	3
Niveau			

M 1 Aufgaben

Gegeben sind die Punkte A (1|–3|2), B (5|–1|–2), C (8|–11|1) und D (4|–3|5).

1.

- Zeigen Sie, dass die vier Punkte A, B, C und D in einer Ebene liegen.
- Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein Rechteck ist.

2.

- Bestimmen Sie den Mittelpunkt M_1 der Rechteckseite \overline{AB} und den Mittelpunkt M_2 der Rechteckseite \overline{BC} .
- Bestimmen Sie die Gleichung der Mittelparallelen p_m durch den Punkt M_2 .
- Bestimmen Sie den Punkt P, der die Strecke $\overline{CM_2}$ von M_2 ausgehend im Verhältnis 1 : 2 teilt.
- Die Gerade g durch die Punkte M_1 und P schneidet die Mittelparallele p_m im Punkt S. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S.
- Spiegeln Sie den Punkt P an S.
- Die Lote vom Spiegelpunkt P' auf die Rechteckseiten schneiden die Rechteckseiten \overline{AD} bzw. \overline{CD} in den Lotfußpunkten L_1 bzw. L_2 . Die Lotfußpunkte L_1 und L_2 , der Spiegelpunkt P' und der Eckpunkt D des Ausgangsrechtecks bilden ein Rechteck. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Rechtecks und vergleichen Sie diesen mit dem Flächeninhalt des Ausgangsrechtecks.
- Führen Sie die Berechnungen ab Teilaufgabe c) durch, wenn P die Strecke $\overline{CM_2}$ von M_2 ausgehend im Verhältnis $\tau : 1$ teilt.



Hinweis:

Auf der nächsten Seite finden Sie dazu eine Abbildung.

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent*innen**
 - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
 - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:
www.raabe.de