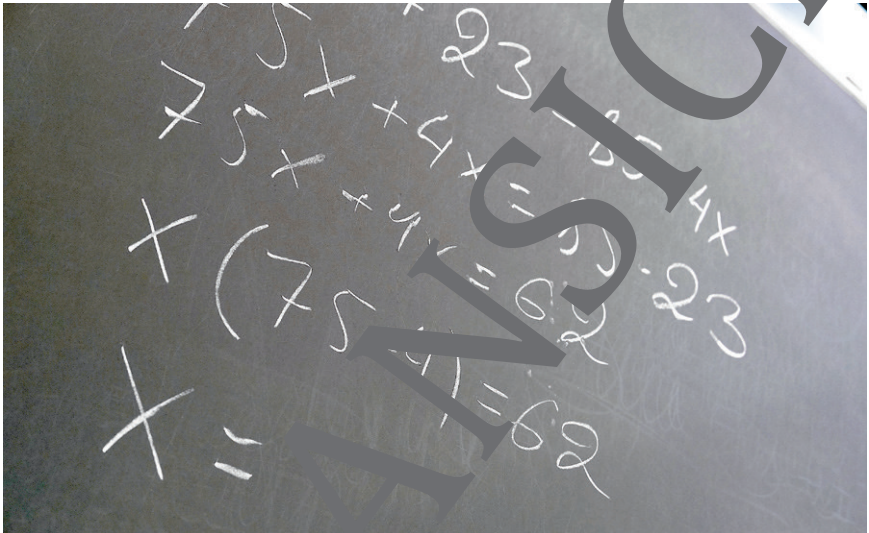


Vermischte Übungen – Punkt, Winkel, Geraden und Ebenen

von Alfred Müller



© Colourbox

In diesem Beitrag überprüfen die Schüler ihr Wissen im Bereich Schnittprobleme von Geraden und Ebenen sowie Ebenenscharen mithilfe eines Tests.

VORANSICHT

Vermischte Übungen – Punkt, Winkel, Geraden und Ebenen

von Alfred Müller

Übersicht	1
Test	3
Lösungen	5

Kompetenzprofil

Inhalt:

Schnittprobleme von Geraden und Ebenen, Ebenenschar

Kompetenzen:

mathematisch argumentieren und beweisen (K 1), Probleme mathematisch lösen (K 2)

Notenschlüssel

40-39	38-37	36-35	34-33	32-31	30-29	28-27	26-25	24-23	22-21	20-19	18-17	16-14	13-11	10-9	8-0
15	14	13	12	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6

Vermischte Übungen – Punkt, Winkel, Geraden und Ebenen

Test

Bearbeitungszeit: 45 Minuten

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte A $(-2 \mid 3 \mid 4)$, B $(-4 \mid 4 \mid 7)$,

C $(0 \mid -1 \mid -4)$ und D $(2 \mid 1 \mid -2)$ sowie die Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \rho \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \rho \in \mathbb{R}$ gegeben.

1.

- Zeigen Sie, dass der Punkt D auf der Geraden $g = AB$, die durch die Punkte A und B geht, liegt. Bestimmen Sie dann das Verhältnis τ , in dem der Punkt D die Strecke $[AB]$ teilt. Zeigen Sie anhand einer maßstäblichen Skizze, wie der Punkt D bezüglich der Punkte A und B liegt. ____/5 P
- Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C eindeutig eine Ebene E festlegen. Bestimmen Sie für diese Ebene E eine Gleichung in Normalenform. ____/5 P
- Welche besondere Lage hat die Gerade h im Koordinatensystem? Untersuchen Sie die Lage der Geraden h zur Geraden $g = AB$ und zur Ebene E. ____/5 P
- Die Geraden g und h spannen eine Ebene F auf. Bestimmen Sie eine Gleichung von F in Normalenform. Geben Sie eine Gleichung der Schnittgeraden s der Ebenen E und F an und bestimmen Sie den spitzen Winkel φ , den die Ebenen E und F bilden. ____/7 P
- Die Ebene E schneidet die x_1x_2 -Koordinatenebene in einer Geraden f. Geben Sie die Gleichung von f in Parameterform an. ____/3 P

2. Gegeben ist die Ebenenschar $E_a: (3 + a)x_1 + (6 - a)x_2 + ax_3 + (a - 12) = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$.

a) Geben Sie die Gleichung einer Ebene E_{a1} aus der Schar E_a an, die parallel zur x_2 -Achse ist, sowie die Gleichung derjenigen Ebene E_{a2} aus der Schar E_a , die den Ursprung enthält.

/4 P

b) Untersuchen Sie die Lage der Geraden g zu den Ebenen der Schar E_a . Zeigen Sie dann, dass die Ebene E zur Schar E_a gehört, die Ebene F aber nicht.

/7 P

c) Für $a \rightarrow \pm\infty$ gibt es eine Ebene E' , die die Schnittgerade g aller Ebenen E_a enthält, selbst aber nicht zur Schar E_a gehört. Bestimmen Sie eine Gleichung von E' . Was fällt auf?

/4 P

Punktzahl insgesamt:

/40

VORANSICHT

Lösungen

A (-2 | 3 | 4), B (-4 | 4 | 7), C (0 | -1 | -4), D (2 | 1 | -2),

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \rho \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

1. a) $g = AB: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

D in g:

1. $2 = -2 - 2\sigma$

2. $1 = 3 + \sigma$

3. $-2 = 4 + 3\sigma$

aus 1, 2, 3: $\sigma = -2 \Rightarrow D \in g$

Teilverhältnis:

$$\overline{AD} = \tau \cdot \overline{DB}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} = \tau \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \tau = \frac{2}{3}$$

b) C in g: 1. $0 = -2 - 2\sigma \Rightarrow \sigma = -1$

2. $-1 = 3 + \sigma \Rightarrow \sigma = -4$ Widerspruch $\Rightarrow C \notin g$

3. $-4 = 4 + 3\sigma \Rightarrow \sigma = -4$
 $\Rightarrow A, B, C$ spannen eine Ebene E auf.

$$E: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \overline{AB} + \mu \cdot \overline{AC}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Ein Normalenvektor der Ebene E erhält man mithilfe des Kreuzprodukts der beiden Richtungsvektoren von E.

© RAABE 2019

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de