

Planung eines Gartenhauses – mathematische Überlegungen

von Alfred Müller



© chuckcollier/Getty Images Plus /E+

In diesem Beitrag berechnen Ihre Schüler praxisorientierte Aufgaben zu Geraden, Ebenen und ihrer gegenseitigen Lage. In diesem Zusammenhang bestimmen sie Flächeninhalte und Volumina.

Planung eines Gartenhauses – mathematische Überlegungen

von Alfred Müller

Übersicht	1
Aufgaben	3
Lösungen	6

Kompetenzprofil

Inhalt: Geraden, Ebenen und ihre gegenseitige Lage, Winkel, Flächen und Volumina

Kompetenzen: mathematisch argumentieren und beweisen (K 1), Probleme mathematisch lösen (K 2)

Planung eines Gartenhauses – mathematische Überlegungen

Aufgaben

Familie Gärtner plant den Neubau eines Gartenhauses, das die Form eines Quaders mit aufgesetztem Schrägdach (siehe Skizze) besitzt. Der Punkt A liegt im Ursprung eines Koordinatensystems, die Längeneinheit beträgt 1 m.

Die Punkte A, B, C und D bilden die Grundfläche des Hauses, die Punkte E, F (0 | -6 | 5), G und H (6 | 0 | 3) die Dachfläche EFGH des Hauses.

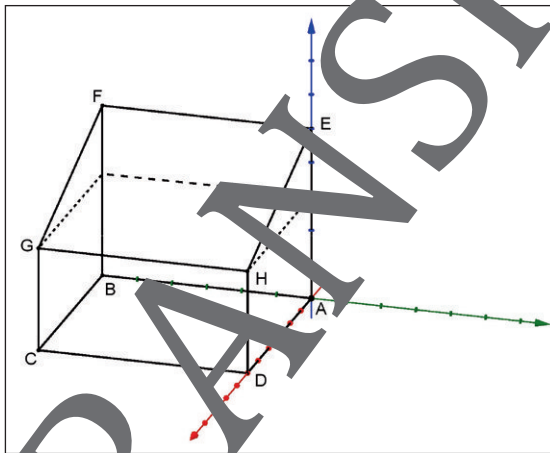


Abb. 1

1.
 - a) Geben Sie die Koordinaten aller Punkte der Skizze an.
 - b) Bestimmen Sie die Gleichung einer Ebene E_1 , in der die Dachfläche EFGH liegt, in Parameterform. Schränken Sie die Parameter so ein, dass alle Punkte der Dachfläche beschrieben werden. Wandeln Sie dann die Parameterform der Ebene in Normalenform um.

Lösungen

a) Mit den Angaben liest man aus der Skizze ab:

$$A(0 \mid 0 \mid 0), B(0 \mid -6 \mid 0), C(6 \mid -6 \mid 0), D(6 \mid 0 \mid 0), E(0 \mid 0 \mid 5), \\ F(0 \mid -6 \mid 5), G(6 \mid -6 \mid 3), H(6 \mid 0 \mid 3)$$

$$b) E_1: \vec{x} = \vec{g} + \mu \cdot \overline{GH} + \rho \cdot \overline{GF} = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Die Punkte der Ebene E_1 werden beschrieben für alle μ, ρ mit $0 \leq \mu \leq 1 \wedge 0 \leq \rho \leq 1$.
Ein Normalenvektor der Ebene E_1 wird mithilfe des Vektorproduktes bestimmt.

$$\vec{n}_{E_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 36 \end{pmatrix} = 12 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$E_1: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} = 6 + 9 = 15$$

$$\Rightarrow E_1: x_1 + 3x_3 - 15 = 0$$

c) **Dachfläche**

- Elementargeometrische Berechnung:
Die Dachfläche ist eine Rechteckfläche mit den Seitenlängen $\overline{GH} = 6 \text{ m}$ und \overline{GF}
mit $\overline{GF}^2 = 6^2 + 2^2 = 40$
 $\Rightarrow \overline{GF} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ m}$

$$A_{\text{Dach}} = |\vec{GH} \times \vec{GF}| = \left| \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 36 \end{pmatrix} \right| = 12 \cdot \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = 12\sqrt{10} \approx 37,95 \text{ m}^2$$

- Berechnung mit Teilaufgabe 1b):

$$A_{\text{Dach}} = 37,95 \text{ m}^2$$

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de