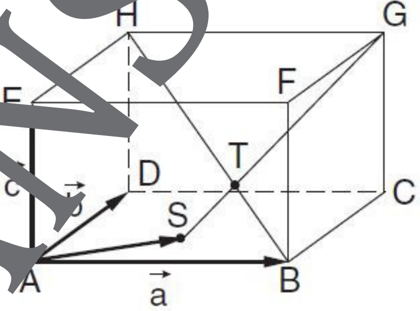
UNTERRICHTS MATERIALIEN

Analytische Geometrie Sek. II



Anwendung der linearen Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

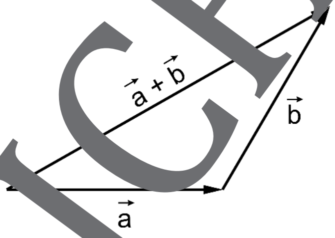
Vektoraddition und skalare Multiplikation im IR^3

RAABE,
KLASSE SCHULE

Anwendung der linearen Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

Mathematische Grundlagen: Vektoren

1. Vektoraddition



Die Addition zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ wird wie nebenstehend geometrisch definiert. Die Addition von Vektor $\vec{a}$ und seinem Gegenvektor $-\vec{a}$ ergibt den **Nullvektor:**

$$\vec{0}:\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$$

Für die Vektoraddition gelten folgende Gesetze A_1 bis A_5:

A_1: Die Addition zweier Vektoren ergibt stets wieder einen Vektor.
A_2: Es gilt das Assoziativ-Gesetz:

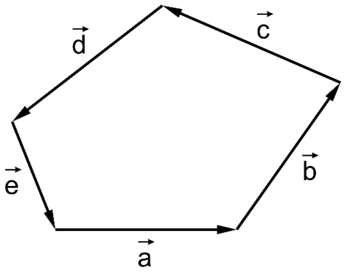
$$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)\left[=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right]$$

A_3: Der Nullvektor ist das neutrale Element $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$

A_4: Zu jedem Vektor $\vec{a}$ gibt es einen Gegenvektor $-\vec{a}$ mit $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$

A_5: Es gilt das Kommutativ-Gesetz: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

Folgerungen:



1. Man kann beliebig viele Vektoren addieren. Es ergibt sich eine „*Vektorkette*“. Hat die Vektorkette den **Nullvektor** als Summenvektor, dann heißt sie **geschlossene Vektorkette**. (Beispiel nebenstehend)
2. Ein Vektor wird subtrahiert, indem man den Gegenvektor addiert:
   $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$

2. Skalare Multiplikation (S-Multiplikation)

Wie in der Zahlenalgebra schreibt man für die Addition gleicher Vektoren,
z. B. $\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}=4\cdot\vec{a}=4\,\vec{a}$
Diese Verknüpfung von Zahlen und Vektoren heißt **S-Multiplikation**.
Dabei hat der Vektor $k\cdot\vec{a}$ die $|k|-$fache Länge und je nach dem Vorzeichen von k die gleiche oder die entgegengesetzte Richtung.

Es gelten folgende Gesetze S_1 bis S_4:

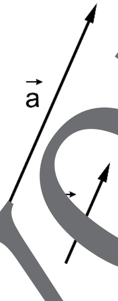
$S_1:\ k_1\cdot(k_2\cdot\vec{a})=(k_1\cdot k_2)\cdot\vec{a}$
$S_2:\ (k_1+k_2)\cdot\vec{a}=k_1\cdot\vec{a}+k_2\cdot\vec{a}$
$S_3:\ k\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\cdot\vec{a}+k\cdot\vec{b}$
$S_4:\ 1\cdot\vec{a}=\vec{a}$

Folgerung:
Man kann mit Vektoren rechnen wie in der Zahlenalgebra:
$4\vec{a}-6\vec{b}+2\vec{a}+3\vec{b}=6\vec{a}-3\vec{b}$

3. Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren

(1) Zwei Vektoren

1. Fall: $\vec{a}=2\cdot\vec{b}$



Ergebnis:

Zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind genau dann parallel oder kollinear, wenn es ein $r\in\mathbb{R}$ gibt mit $\vec{a}=r\cdot\vec{b}$. In diesem Fall heißen die Vektoren **linear abhängig.**

Im Beispiel: $\vec{a}=2\cdot\vec{b}\Rightarrow\vec{b}=\frac{1}{2}\cdot\vec{a}\Rightarrow 2\vec{b}-\vec{a}=0$


RAABE
UNTERRICHTSMATERIAL
RAABITS
SCHULLEITUNG
RATGEBER
UNSERE MARKEN
Unser Gratis-Material exklusiv für Referendare!
Das RAABE-Referendarspaket
JETZT SICHERN
Ich suche
scheinungen