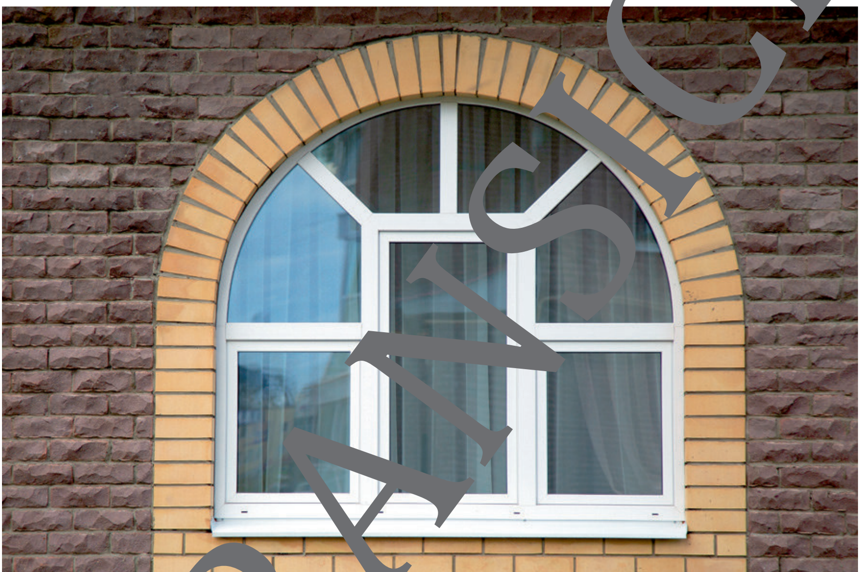
Fisch, Wurf und Flächendreiteilung – Drei Rechenaufgaben mit Polynomen

Alfred Müller



In drei Rechenbeispielen befassen sich die Schülerinnen und Schüler mit Polynomen. Eher abstrakt ist es, mit zwei sich schneidenden Funktionsgraphen eine Fläche zu bilden, die an einen Fisch erinnert. Praktisch und anschaulicher ist es hingegen, den Wurf eines Balls zu untersuchen und schließlich die Form eines Rundbogenfensters mithilfe einer nach unten geöffneten Parabel darzustellen.
Im Rahmen der Aufgaben wenden die Lernenden die Integral- und Differentialrechnung an, um die Form der vorgegebenen Polynome darzustellen und um Flächeninhalte zu bestimmen. Dabei werden sowohl exakte Werte gesucht als auch Annäherungen mithilfe des Newton-Verfahrens.

RAABE, KLASSE SCHULE

Fisch, Wurf und Flächendreiteilung – Drei Rechenaufgaben mit Polynomen

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Alfred Müller

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

- Arbeiten mit Polynomen
- Differenzieren
- Integrieren
- Flächenberechnung
- Bestimmung von Schnittpunkten
- Bestimmung von Schnittwinkeln
- Newton-Verfahren

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

● einfaches Niveau ■ mittleres Niveau ▲ schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Fisch, Wurf und Flächendreiteilung	M1	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Polynom 5. Grades, Polynom 2. Grades, Parabel, Differenzieren, Integrieren, Newton-Verfahren, Schnittpunkt, Schnittwinkel, Extremstelle

Medien: GTR

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)

Fisch, Wurf und Flächendreiteilung **M1**

1. Gegeben sind die Funktionen f und g durch folgende Gleichungen:

$$f(x) = -\frac{1}{400}x^5 + \frac{3}{50}x^4 - \frac{565}{1000}x^3 + \frac{123}{50}x^2 - \frac{33}{8}x$$

$$g(x) = \frac{1}{400}x^5 - \frac{3}{50}x^4 + \frac{565}{1000}x^3 - \frac{123}{50}x^2 + \frac{37}{8}x - 6$$

Die dazu gehörenden Graphen sind mit G_f und G_g bezeichnet.

a) Zeigen Sie, dass sich die Graphen G_f und G_g in einem Punkt S schneiden. Bei G_f lässt sich eine Nullstelle N und bei G_g der Schnittpunkt Q mit der y-Achse ohne Berechnungen, sondern einfach durch Betrachten der Funktionsgleichungen erkennen. Geben Sie die Koordinaten der beiden Punkte an.

b) Die y-Achse und die beiden Graphen bilden im $0 \le x \le 8$ einen „Fisch". Skizzieren Sie die beiden Graphen G_f und G_g.
Verwenden Sie dafür, zusätzlich zu den bekannten Punkten S, N und Q aus Teilaufgabe 1a), folgende Annäherungen der Extremstellen:

Graph G_f: $T_f(1.4\,|\,-2.3)$ $H_f(6\,|\,0,$[illegible]$)$

Graph G_g: $T_g(4.3\,|\,-3,5)$ $H_g($[illegible]$)$

c) Bestimmen Sie die Winkel α und β, unter denen die Graphen die **y-Achse** schneiden sowie den Winkel φ im Schnittpunkt der Graphen für x = 8.

d) Die Graphen G_f und G_g der Funktionen f und g schließen zwischen x = 0 und x = 8 eine Fläche A_{Fisch} ein. Bestimmen Sie den Inhalt der Figur.

e) Eine Gerade durch den Punkt $P(0\,|\,-3)$ und dem Schnittpunkt S teilt die Fläche A_{Fisch} in zwei Teile A_1 und A_2. In welchem Verhältnis stehen die beiden Teile?

2. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0\,|\,2)$ und $B(10\,|\,0)$ gegeben. Bernd wirft einen punktförmig gedachten Ball von A aus nach rechts oben, sodass er im Punkt B den Boden trifft. Die Flugbahn des Balles ist eine nach unten geöffnete Parabel. (Anmerkung: Die angegebenen und gesuchten Winkel sind immer von der Horizontalen aus gemessen.)

a) Beim ersten Wurf wählt Bernd den Abwurfwinkel $\alpha = 45°$. Berechnen Sie die Gleichung der Flugkurve und bestimmen Sie den Winkel β, unter dem der Ball den Boden trifft. Zeichnen Sie die „Wurfparabel".

b) Beim zweiten Wurf bleiben die Punkte A und B gleich. Jedoch soll nun der Auftreffwinkel $\beta' = 70°$ sein. Wie groß ist jetzt der Abwurfwinkel α'? Zeichnen Sie auch diese „Wurfparabel" in das angelegte Koordinatensystem