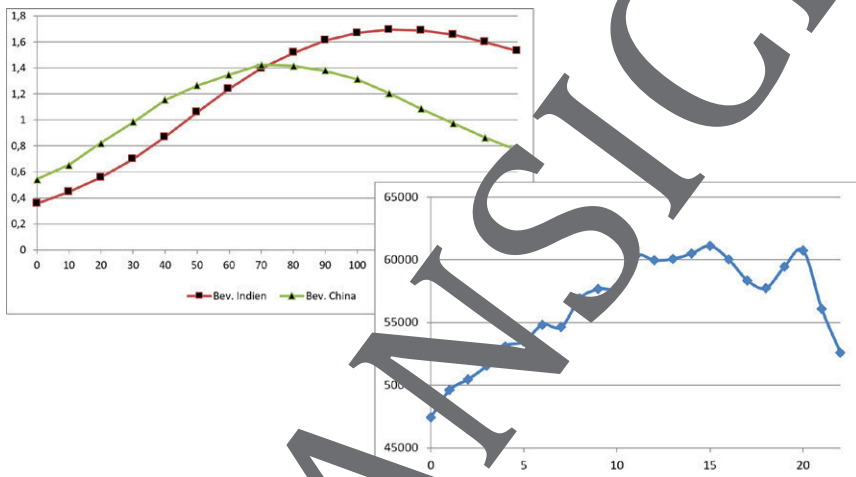


Bevölkerungszahlen und Geldautomaten – Modellierung mit ganzrationalen Funktionen

Günther Weber



Grafik: Günther Weber

Dass die Modellierung von Daten überaus wichtig ist, kennen die Schülerinnen und Schüler z. B. im Zusammenhang mit dem Temperaturanstieg oder dem Anstieg der Weltbevölkerung. Anhand vorhandener Zahlen berechnen die Lernenden mit den Modellen auch prognostizierte Daten.

Im Mittelpunkt mehrerer Übungsaufgaben steht zum einen die Modellierung und der Vergleich der Bevölkerungsentwicklung in China und Indien, zum anderen die Entwicklung der Anzahl der Geldautomaten in Deutschland. Die Schülerinnen und Schüler benutzen in erster Linie die bekannten Bevölkerungszahlen der Jahre 1950 bis 2022 zum Aufstellen ganzrationaler Funktionen und überprüfen, ob diese mit den vorhandenen Prognosewerten übereinstimmen. Zudem untersuchen Sie mithilfe von Trendfunktionen mit den Methoden der Analysis das Wachstum der Bevölkerung in Indien und China.

Fast alle Schülerinnen und Schüler haben schon einmal einen Geldautomaten benutzt. In mehreren Beispielen stellen die Lernenden die Anzahl der Geldautomaten in der Zeit von 2000 bis 2022 grafisch in einem Boxplotdiagramm dar und untersuchen mit den Methoden der Analysis die Entwicklung der Anzahl.

Bevölkerungszahlen und Geldautomaten – Modellierung mit ganzrationalen Funktionen

Oberstufe (grundlegend/weiterführend)

Günther Weber

Hinweise	1
M1 Bestimmung einer Trendfunktion mit MS Excel	3
M2 Bevölkerungszahlen von China und Indien	4
M3 Anzahl von Geldautomaten	9
Lösungen	11

Die Schülerinnen und Schüler lernen

ihr Können und Wissen über Anteile sowie Geradengleichungen und Gleichungssysteme in zwei konkreten, realitätsnahen Beispielen anzuwenden.

Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Ihre Schülerinnen und Schüler sollten aus vorgegebenen Bedingungen den Funktions-term einer ganzrationalen Funktion bestimmen können. Sie können eine Tangentengleichung an den Graphen einer Funktion bestimmen und eine Funktionsuntersuchung hinsichtlich der Steigung des Graphen und der Extrempunkte bereitet ihnen keine Schwierigkeiten. Von Vorteil ist es, wenn die Lernenden sicher im Umgang mit einem GTR/CAS-Rechner sind und Formeln in eine Tabellenkalkulations-Software eingeben können. Das Erstellen eines Boxplot-Diagramms per Hand oder mit Geogebra bzw. die Bestimmung der Trendfunktion mit Excel kann im Unterricht gezeigt oder erklärt werden.

Lehrplanbezug:

Im Kernlernplan

https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrpläne/Lehrplan/17/KLP_GOST_Mathematik.pdf (aufgerufen am 28.07.2023) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrempunkten,
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten

Zudem nutzen die Lernenden mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge, um Sachverhalte zu veranschaulichen bzw. Ergebnisse zu kontrollieren.

Methodisch-didaktische Anmerkungen:

M2 und M3 können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

M2:

Bei Aufgabe 1) können Sie die Lerngruppe in zwei Teile aufteilen. Die leistungsschwächere Gruppe bearbeitet die vorgegebenen Aufgaben, die leistungsstärkere Gruppe überträgt die Aufgaben auf Indien. Hierzu werden dann auch die Trendfunktionen 2. und 3. Grades mit Hilfe von Excel bestimmt (siehe M1). Bei der Eingabe der Trendfunktion ar-

beiten idealerweise zwei Lernende zusammen. Der/die erste liest die Ziffern vor und die zweite gibt die Ziffern ein. Vor der weiteren Berechnung kontrollieren sie die eingegebene Funktion durch die Berechnung einiger Funktionswerte.

Sie als Lehrkraft weisen darauf hin, dass bei vielen Aufgaben auch die graphische Lösung möglich ist. Bei leistungsschwächeren Lerngruppen bestimmen Sie zusammen mit den Schülerinnen und Schülern die Fenstereinstellungen. Bei der Zusatzaufgabe besprechen Sie, dass die Summe der Differenzen aus Ausgangswert und berechnetem Wert geeignet ist, da sich auch größere Differenzen nach oben bzw. nach unten aufheben können. Daher nimmt man den Mittelwert der absoluten Abweichungen oder in Anlehnung an die Wahrscheinlichkeitsrechnung die mittlere quadratische Abweichung.

M3:

Vor der Bearbeitung der Aufgaben können Sie abfragen, wer von Ihren Schülerinnen und Schülern letztmalig einen Geldautomaten benutzt hat und wie weit der nächstgelegene Geldautomat entfernt ist. Bei Erstellung des Boxplot-Diagramms per Hand wiederholen Sie noch einmal die kennzeichnenden Größen im Boxplot-Diagramm und wie man sie ermittelt.

Median, unteres Quartil, oberes Quartil, Minimum und Maximum.

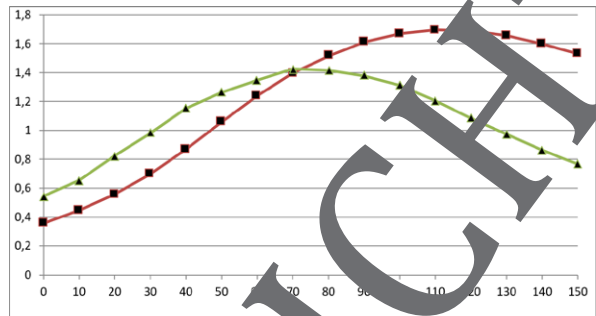
Der Median (Zentralwert) ist der Wert in der Mitte der nach der Größe sortierten Werte. Liegt die Mitte zwischen zwei Werten, wie es bei einer geraden Anzahl von Werten vorkommen kann, so ist der Median der Mittelwert (das arithmetische Mittel) dieser beiden Werte. Der Median teilt die Datenreihe in eine untere und eine obere Hälfte.

Der Median der unteren Hälfte heißt unteres Quartil, der Median der oberen Hälfte oberes Quartil. Das Minimum und Maximum werden durch Linien, sogenannten Whiskers (übersetzt: Schnurrhaar einer Katze) oder Antennen, mit der linken bzw. rechten Seite des rechteckigen Kastens verbunden.

Ist wenig Zeit vorhanden, so sollte das Boxplot-Diagramm mit GeoGebra erstellt werden oder das fertige Boxplot-Diagramm wird fertig auf ein Whiteboard projiziert und besprochen. Bei Aufgabe 3) können auch Trendfunktionen mit anderem Grad erstellt und untersucht werden. Aufgabe 5) kann dahingehend erweitert werden, dass die Graphen der Funktionen aus den Aufgaben 2) und 3) „knickfrei“ linear fortgeführt werden.

M2 Bevölkerungszahlen von China und Indien

Nach dem Weltbevölkerungsbericht des Bevölkerungsfonds der Vereinten Nationen wurde die Acht-Milliarden-Menschen-Marke am 15. November 2022 (symbolisches Datum) überschritten. Zu diesem Zeitpunkt sind die Länder mit den meisten Einwohnern die Volksrepublik China und Indien mit jeweils ca. 1,4 Milliarden Menschen. Die Bevölkerungsentwicklung in diesen beiden Ländern ist jedoch gegenläufig. So erreicht die Bevölkerungszahl Chinas im Jahr 2022 mit ca. 1,426 Milliarden Menschen ein Maximum, die Bevölkerungszahl Indiens steigt hingegen weiterhin an. (Im Diagramm entspricht das Jahr 1950 dem Zeitpunkt $t = 0$, das Jahr 2022 dem Zeitpunkt $t = 72$.)



Grafik: Günther Weber

China und Indien mit jeweils ca. 1,4 Milliarden Menschen. Die Bevölkerungsentwicklung in diesen beiden Ländern ist jedoch gegenläufig. So erreicht die Bevölkerungszahl Chinas im Jahr 2022 mit ca. 1,426 Milliarden Menschen ein Maximum, die Bevölkerungszahl Indiens steigt hingegen weiterhin an. (Im Diagramm entspricht das Jahr 1950 dem Zeitpunkt $t = 0$, das Jahr 2022 dem Zeitpunkt $t = 72$.)

Die Bevölkerungszahlen (in Milliarden) der beiden Länder im Zeitraum vom Jahr 1950 bis zum Jahr 2100 zeigt die folgende Tabelle:

	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020
Indien	0,357	0,446	0,558	0,677	0,87	1,06	1,241	1,396
China	0,544	0,582	0,677	0,771	0,871	0,982	1,154	1,264

prognostizierte Daten für den Zeitraum 2030 bis 2100:

	2030	2040	2050	2060	2070	2080	2090	2100
Indien	1,515	1,612	1,67	1,695	1,69	1,655	1,598	1,53
China	1,416	1,378	1,313	1,205	1,085	0,973	0,863	0,767

Zahlen entnommen aus „India will soon overtake China to become the most populous country in the world – Our World in Data“ (<https://ourworldindata.org>, aufgerufen am 10.08.2022)

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de