

# Reelle Funktionen und Arkusfunktionen

Alfred Müller



© RapidEye / E+ / Getty Images Plus

Während die Winkelfunktionen Sinus, Kosinus und Tangens im Unterricht meist sehr ausführlich behandelt werden, beschränkt sich die Anwendung von deren Umkehrungen Arkussinus, Arkuskosinus und Arkustangens meist auf einen Tastendruck am Taschenrechner. Das vorliegende Material bietet Ihnen daher Übungsaufgaben, die Ihre Schülerinnen und Schüler tiefer in die Welt der Arkusfunktionen eintauchen lassen. Dabei bestimmen sie Definitions- sowie Wertebereiche und betrachten das Monotonieverhalten von Funktionen. Sie verknüpfen reelle Funktionen mit den Arkusfunktionen, bestimmen die zugehörigen Integrale und Ableitungen und zeichnen die Funktionsgraphen.

# Reelle Funktionen und Arkusfunktionen

Oberstufe (weiterführend/vertiefend)

Alfred Müller

Reelle Funktion, Arkustangens und Arkuskosinus	1
Reelle Funktion und Arkussinus	2
Reelle Funktion und Arkustangens	3
Exponentialfunktion und Arkustangens	4
Lösungen	5

## Die Schülerinnen und Schüler sollen

- Verwendung von Arkusfunktion
- Verknüpfung von reellen Funktionen mit Arkusfunktionen
- Ableiten von Arkusfunktionen
- Integrieren von Arkusfunktionen
- Kurvendiskussionen

VORANSICHT

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:

**Ab** Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Verknüpfung von Funktionen	M1–M4	AB
Arkussinus	M1, M3	AB
Arkuskosinus	M1	AB
Arkustangens	M1–M4	AB
Exponentialfunktion	M4	AB

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Arkusfunktion, Arkussinus, Arkuskosinus, Arkustangens, reelle Funktion, Exponentialfunktion, Verknüpfung von Funktionen, Integral, Flächenberechnung, Ableitung, Differenzieren, Monotonieverhalten

**Kompetenzen:** Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

## Differenzierung

Material	M1	M2	M3	M4
Niveau				

## Reelle Funktion, Arkustangens und Arkuskosinus

M1

1. Gegeben ist die in  $D_f = ]0;1]$  definierte Funktion  $f$  durch ihre Gleichung

$$y = f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \text{ mit Graphen } G_f.$$

- Zeigen Sie, dass die Funktion  $f$  streng monoton ist und berechnen Sie eine Gleichung der Ableitungsfunktion  $f'$ . Bestimmen Sie dann das Verhalten von  $f$  und  $f'$  an den Grenzen des Definitionsbereiches.
- Skizzieren Sie den Graphen  $G_f$  anhand einer Wertetabelle mit den  $x$ -Werten  $x = \frac{1}{5} \cdot k$  und  $k = 1, 2, 3, 4$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem.  
Verwenden Sie: 1 LE = 4 cm.
- Zeigen Sie, dass  $f(x) \geq \frac{1}{x} - 1$  für  $x \in D_f$  gilt. Geben Sie eine Abschätzung für das Integral  $\int_a^1 f(x) dx$  her und berechnen Sie dann den Grenzwert des Integrals für  $a \rightarrow 0$ . Was kann man über die Fläche aussagen, die der Graph  $G_f$  mit den Koordinatenachsen bildet?

2. Die Funktionen  $g$  und  $h$  sind durch die Gleichungen gegeben:

$$y = g(x) = \arctan f(x) = \arctan \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \text{ mit } D_g = D_f \text{ und}$$

$$y = h(x) = \arccos x \text{ mit } D_h = ]-1;1]$$

Bilden Sie die Ableitungsfunktionen  $g'$  und  $h'$  und folgern Sie daraus den Zusammenhang zwischen den Funktionen  $g$  und  $h$ .

3. Die Funktion  $h$  kann in der Umgebung  $e$  ersetzt werden durch die ganzrationale Funktion  $p$  mit

$$p: x \mapsto p(x) = h(0) + h'(0) \cdot x + \frac{x^2}{2} \cdot h''(0), x \in D_h, p \text{ und Graphen } G_p.$$

- Bestimmen Sie den Funktionsterm  $p(x)$  und tragen Sie den Graphen  $G_p$  in obiges Koordinatensystem ein.
- Bestimmen Sie den Unterschied zwischen  $g\left(\frac{1}{2}\right)$  und  $p\left(\frac{1}{2}\right)$ .

Vergleichen Sie dann  $A_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} g(x) dx$  und  $A_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} p(x) dx$ .

# Sie wollen mehr für Ihr Fach?

## Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**