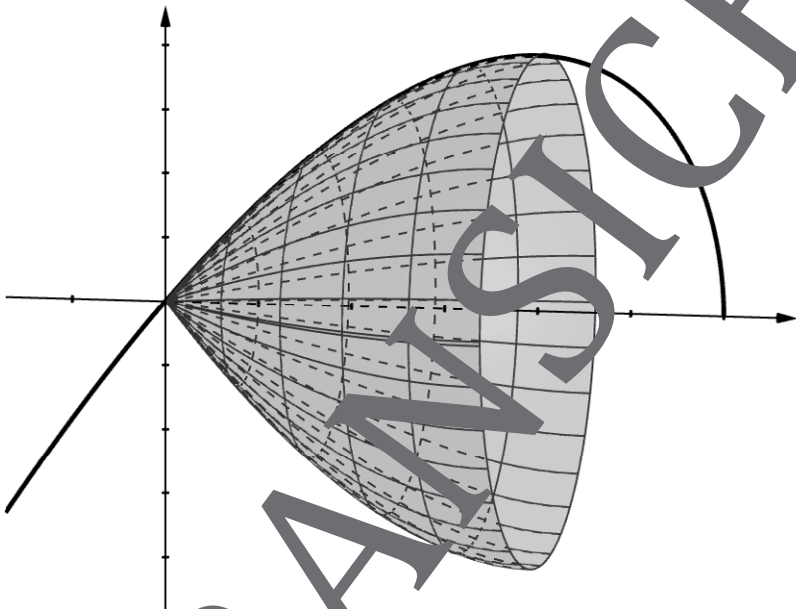


Rotationskörper: Wurzelfunktionen

Ein Beitrag von Alfred Müller



Grafik: Günter Gerstbräun

In dieser Aufgabensammlung beschäftigen sich die Lernenden mit Funktionen oder Funktionenscharen, in denen Wurzelterme vorkommen. Im Rahmen von Kurvendiskussionen bestimmen sie Extrem- und Wendepunkte sowie Tangentengleichungen und zeichnen die Funktionsgraphen. Per Integralrechnung berechnen die Schülerinnen und Schüler schließlich nicht nur Flächeninhalte, sondern auch Volumina, die bei der Rotation der Graphen um die x-Achse entstehen.

Rotationskörper: Wurzelfunktionen

Oberstufe (weiterführend)

Ein Beitrag von Alfred Müller

M1 Aufgaben

1

Lösungen

3

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

- Untersuchung von Funktionen und Funktionenbereichen mit Wurzeltermen
- Durchführung von Kurvendiskussionen
- Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- Untersuchung von Funktionen und Funktionenbereichen
- Differenzieren und Integrieren
- Berechnung von Flächen
- Berechnung von Volumina

VORANSICHT

Überblick

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Quadratwurzel	M1, Aufgaben 1–5	AB
Gebrochenrationale Funktion	M1, Aufgabe 1	AB
Kurvendiskussion	M1, Aufgaben 1–5	AB
Integral	M1, Aufgaben 1–5	AB
Rotationskörper	M1, Aufgaben 1–5	AB
Asymptoten	M1, Aufgaben 1–5	AB
Extremwertbestimmung	M1, Aufgaben 1, 4, 5	AB
Kreissegment	M1, Aufgabe 3	AB
Drehkegel	M1, Aufgabe 5	AB
Drehzylinder	M1, Aufgabe 2, 5	AB
Schnittwinkel	M1, Aufgabe 5	AB

© RAABE 2022

Kompetenzprofil

Inhalt: Funktion, Funktionenschar, Wurzelfunktion, Funktionsgraph, Kurvendiskussion, Fläche, Schnittpunkt, Extremstelle, Wendepunkt, Integral, Ableitung, Rotationskörper, Rotationsvolumen, Kreissegment, Drehkegel, Drehzylinder

Medien: GTR/CAS, GeoGebra

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

M1



Aufgaben

1. Gegeben ist die Schar von Funktionen f_a durch ihre Gleichung

$$y = f_a(x) = \frac{x\sqrt{a-x}}{a-2}, \quad a \in]2; \infty[\text{ und Graphen } G_a.$$

- Bestimmen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge D_{\max} sowie die möglichen Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.
 - Untersuchen Sie die Graphen G_a auf Extremwerte und auf Wendepunkte.
 - Zeichnen Sie für $a=3$ den Graphen G_3 in ein geeignetes Koordinatensystem. Berechnen Sie dann für $a=3$ den Inhalt der Fläche, die der Graph G_3 mit der x -Achse einschließt.
 - Die Fläche, die der Graph G_a mit der x -Achse einschließt rotiert um diese. Für welchen Wert von a ist das Volumen V_a extremal? Wie groß ist dieser Wert und welcher Art ist der Extremwert?
2. Gegeben ist die Schar von Funktionen f_a durch ihre Gleichung $y = f_a(x) = \sqrt{ax}$, $a \in \mathbb{R}^+$ und Graphen G_a .
- Im Punkt $B(a|f_a(a))$ des Graphen G_a wird die Tangente t_a an diesen gelegt. Zeigen Sie, dass diese Tangente t_a die x -Achse an der Stelle $x_0 = -a$ schneidet.
 - Das vom Graphen G_a , ihrer Tangente t_a im Kurvenpunkt B und der x -Achse begrenzte Flächenstück rotiert um die x -Achse. Zeigen Sie, dass die zur x -Achse normale Ebene bei $x = -a$ den Rotationskörper in zwei volumengleiche Teilkörper zerschneidet.
 - Für welchen Parameterwert a hat der gesamte Rotationskörper das Volumen $V = 4,5 \cdot \pi \text{ VE}$?
3. Ein Kreisbogen mit der Sehne $[AB]$ mit $A(-4|0)$ und $B(4|0)$ verläuft durch den Punkt $C(0|2)$ und rotiert um die x -Achse. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers. (Zur Lösung kann eine Formelsammlung verwendet werden.)

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de