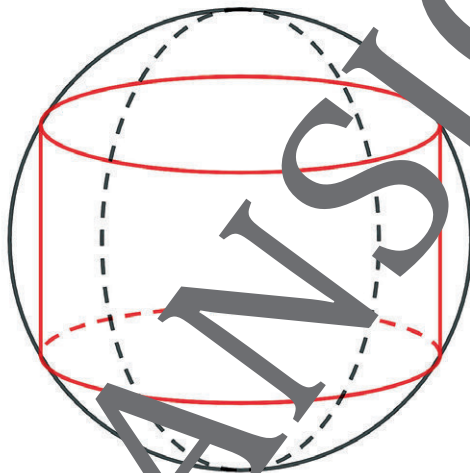


Jetzt geht's rund – Volumen und Oberfläche von Kugel und Zylinder

Ein Beitrag von Wolfgang Lübbe



Grafik: Wolfgang Lübbe

Bei Extremwertaufgaben geht es nämlich darum, aus der Menge aller Lösungen diejenige für ein bestimmtes Problem zu ermitteln, die bei Berücksichtigung vorgegebener Bedingungen (Nebenbedingungen) die bestmögliche darstellt.

Dabei bietet die Differentialrechnung Untersuchungsmethoden für eine exakte, umfassende und schnelle Analyse solcher Funktionen. Somit spielt sie nicht nur bei der Kurvendiskussion und der Rekonstruktion von Funktionsgleichungen, sondern auch im Rahmen der Extremalproblematik bei der Lösung von Alltags- und innermathematischen Problemen eine wesentliche Rolle.

Jetzt geht's rund – Volumen und Oberfläche von Kugel und Zylinder

Oberstufe (weiterführend/vertiefend)

Ein Beitrag von Wolfgang Lübbe

| | |
|--------------------|-----------|
| Hinweise | 1 |
| M1 Theorie | 2 |
| M2 Aufgaben | 3 |
| M3 Lösungen | 4 |
| M4 Anhang | 40 |

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

Obwohl praxisrelevante Aufgabenstellungen für Schülerinnen und Schüler motivierender sind, sind auch innermathematische Probleme oft interessant und reizvoll.

Mathematisch kompetent sein und argumentieren sind wichtige Kompetenzen des Mathematikunterrichts, die durch die Bearbeitung der Aufgaben dieses Beitrages geübt, vervollkommen und gefestigt werden sollen.

Da die mathematischen Zusammenhänge dabei nicht an konkretem Zahlenmaterial, sondern allgemeiner behandelt werden, liegt ein besonderer Schwerpunkt auf dem Umgang mit Variablen.

Ihren Schülerinnen und Schülern wird einmal mehr verdeutlicht, dass das Anfertigen einer Skizze für den mathematischen Modellierungsprozess meist einen ersten wichtigen Arbeitsschritt darstellt.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

TA Tafelbild



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

| Thema | Material | Methode |
|-----------------------------|----------|---------|
| Jetzt geht's rund – Theorie | M1 | AB, TA |
| Aufgaben | M2 | AB |
| Lösungen | M3 | TA |
| Anhang | | TA |

Kompetenzprofil:

Inhalt: Kreis, Kugel, Halbkugel, Kugelhöhle, Kugelkappe, Kreiszylinder, Ableitungsfunktion, Extrema, Extremale Aussagen, Grundfläche, Deckfläche, Mantelfläche, Oberfläche, Volumen

Medien: Taschenrechner

Kompetenzen: mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Hinweise zu „Jetzt geht's rund“

Einsatz im Unterricht

Alle Aufgaben können in Einzel-, Partner- oder Kleingruppenarbeit gelöst werden. Es ist möglich, dass eine Klasse bzw. ein Kurs entsprechend dem Leistungsstand der Schülerinnen und Schüler in Gruppen aufgeteilt wird, die dann parallel verschiedene Aufgaben des jeweiligen Schwierigkeitsgrades lösen. Dabei ist eine Kommentierung einzelner Lösungsschritte besonders für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler hilfreich.

In jedem Fall ist ein der Aufgabe angemessenes Unterrichtsgespräch (auch ein Schülerinnen- bzw. Schülervortrag – evtl. mit Benotung) zu Lösungsweg und Ergebnis empfehlenswert.

Zur Einführung der Thematik erscheint es sinnvoll, zunächst an ein bis zwei konkreten Zahlenbeispielen (siehe Anhang) die Problematik zu verdeutlichen, um auch schwächeren Schülerinnen und Schülern den Zugang zu diesen Extremwertaufgaben zu ermöglichen und so die Basis für ein erfolgreiches Lösen der anschließenden Verallgemeinerungen für alle Lernenden zu schaffen.

Der allgemein übliche Lösungsalgorithmus – Hauptbedingung (**HB**), Nebenbedingung (**NB**), Zielfunktion (**ZF**) – wird zur Lösung mehrerer innermathematischer Probleme genutzt.

Einzelne Aufgaben (wie z.B. 1.b), 4.a) und 5.1.a) können auch als Hausaufgabe erteilt werden.

M1 Jetzt geht's rund

Theorie

Extremale Aussage: Von allen n -Ecken, die einem Kreis einbeschrieben werden können, hat das regelmäßige den größten Flächeninhalt.

Satz des Pythagoras: $c^2 = a^2 + b^2$

Kreis: $A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$

Gerader

Kreiszylinder:

$$A_G = A_D = \pi r^2$$

$$A_M = 2\pi r h$$

$$A_O = A_G + A_D + A_M$$

$$= \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r h$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$A_O = 2\pi r (r + h)$$

$$V = \pi r^2 h$$

Kugel:

$$A_O = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{12}\pi d^3$$

Halbkugel:

$$A_O = 3\pi r^2$$

$$= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{1}{12}\pi d^3$$

Kugelzone:

$$A_M = 2\pi r h$$

$$A_O = \pi (R_1^2 + R_2^2 + 2rh)$$

Kugelkappe:

$$A_M = 2\pi r h = \pi (R^2 + h^2)$$

$$A_O = \pi R^2 + 2\pi r h$$

$$= \pi h (4r - h)$$

$$A_O = \pi (2R^2 + h^2)$$

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de