

# Abiturvorbereitung Analysis – Ganzrationale, gebrochenrationale und andere Funktionen

von Alfred Müller

Illustrationen von Mona Hitznauer



@ shironosov / iStock / Getty Images Plus

In diesem Beitrag finden Sie sechs Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests zur Vorbereitung auf das schriftliche Abitur. Die Aufgaben beschäftigen sich mit verschiedenen gebrochen- und ganzrationalen Funktionen bzw. Funktionenscharen. Aber auch Wurzel-, Logarithmus- und Exponentialfunktionen bzw. -terme werden behandelt.

Eine Bearbeitungszeitvorgabe sorgt dabei für realistische Bedingungen.

# Abiturvorbereitung Analysis – Ganzrationale gebrochenrationale und andere Funktionen

von Alfred Müller

Illustrationen von Mona Hitzeneauer

**Oberstufe (weiterführend)**

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M 1–M 6 Aufgaben</b>	<b>3</b>
<b>Lösungen</b>	<b>11</b>

## Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihr Wissen und Können in abiturrelevanten Aufgaben anzuwenden. Mit den Materialien können die Jugendlichen ihre Fähigkeiten unter Zeitvorgaben testen, das fördert insbesondere auch ihr Zeitmanagement.

## Hinweise

### Lernvoraussetzungen

Ihr Klasse sollte bereits mit Kurvendiskussionen mit gebrochen-rationalen-, Logarithmus- und Exponentialfunktionen inkl. Parameter vertraut sein. Sie sollten ebenso sicher im Umgang mit Integral- und Stammfunktionen sowie Flächenberechnungen sein.

### Lehrplanbezug

Im Bildungsplan des Landes Baden-Württemberg für die gymnasiale Oberstufe  
<http://www.bildungsplaene-bw.de/Lde/LS/BP2016BW/ALL/GYM/M/11-12-LF/14>  
(aufgerufen am 21.12.2021)

finden sich u. a. folgende Kompetenzerwartungen in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“:

Die Schülerinnen und Schüler können ...







- die Ableitungsfunktion und eine Stammfunktion der Funktion  $f$  mit  $f(x) = e^x$  angeben,
- Funktionen verketten und Verkettungen von Funktionen erkennen,
- Graphen von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) untersuchen,
- einen Funktionsterm zu gegebenen Eigenschaften eines Graphen ermitteln,
- bei Funktionenscharen einzelne Fragestellungen zu Eigenschaften ihrer Graphen oder zu Zusammenhängen zwischen den Graphen untersuchen,
- den Bestand aus Anfangsbestand und Änderungsraten bestimmen,
- den Wert des bestimmten Integrals als orientierten Flächeninhalt und als Bestandsveränderung erklären.

### Einsatz im Unterricht

Die Materialien (M 1-M 4) sind einzeln als Lernerfolgskontrollen bzw. Selbsttests gedacht. Die Jugendlichen sollten daher die Aufgaben möglichst allein und eigenständig lösen, damit die Tests aussagekräftig sind.

## Differenzierung

Je nach Leistungsstärke sollten sich die Schülerinnen und Schüler die Materialien vornehmen. Wurde ein Material bzw. Test mit einfachem Niveau bestanden (bzw. Note 4, siehe Tabelle in den Lösungen) kann ein mittelschwerer Test und schließlich der Test mit schwierigerem Niveau bearbeitet werden.

Material	M 1	M 2	M 3	M 4	M 5	M 6
Niveau						

## Funktionenschar und Integral

M1

1. Gegeben ist die in  $D_a = \mathbb{R}$  definierte Schar von Funktionen  $f_a$  durch ihre Gleichung  $y = f_a(x) = \frac{2}{3a^2}x^3 - \frac{2}{a}x^2$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  und Graphen  $G_a$ .
- Bestimmen Sie in Abhängigkeit von  $a$  die Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse, Art und Lage der Extremwerte sowie die Koordinaten der Wendepunkte. **[8 BE]**
  - Der Graph  $G_a$  schließt mit der  $x$ -Achse eine Fläche  $A(a)$  ein. Berechnen Sie ihren Wert in Abhängigkeit von  $a$ . **[7 BE]**
  - Für welchen Wert von  $a$  beträgt der Flächeninhalt  $A(a) = 18$  FE? **[2 BE]**
2. Nun sei  $a = 2$ , also  $f_2(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2$ .
- Zeichnen Sie den Graphen  $G_2$  unter Verwendung der Ergebnisse aus Teilaufgabe 1 und anhand einer Wertetabelle im Intervall  $I = [-1; 7]$ . **[4 BE]**
  - Stellen Sie eine Gleichung der Normalen  $n$  im Wendepunkt des Graphen  $G_2$  auf. Berechnen Sie dann die Koordinaten der Schnittpunkte dieser Normalen mit dem Graphen  $G_2$ . **[6 BE]**
  - Die Parallele zur  $y$ -Achse mit der Gleichung  $x = u$  schneidet die  $x$ -Achse im Punkt  $S$  und den Graphen  $G_2$  im Punkt  $T$ . Für welchen Wert von  $u$  wird der Inhalt des Dreiecks  $OST$  maximal, wenn  $O$  der Koordinatenursprung ist? Geben Sie den maximalen Flächeninhalt auch an. **[6 BE]**
3. Gegeben ist ferner die Integralfunktion  $F$  mit  $f(x) = \int_{-1}^x f_2(t) dt$  mit  $D_f = \mathbb{R}$  und Graphen  $G_f$ .
- Beschreiben Sie ohne Berechnung des Funktionsterms von  $F$  von welcher Art der Punkt auf  $G_f$  der Abszisse  $x_{\text{sp}} = 0$  ist. **[3 BE]**
  - Begründen Sie, dass für  $x = -\frac{1}{2}$  eine Nullstelle vorliegt und erklären Sie, dass  $F$  noch mindestens eine weitere Nullstelle besitzen muss. Geben Sie ein sinnvolles  $x$ -Intervall für diese Nullstelle an. **[5 BE]**

Arbeitszeit: 45 Minuten

Gesamt: [40 BE]

# Sie wollen mehr für Ihr Fach?

## Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen mit  
bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**