Größte und kleinste Werte

Alfred Mülller, Coburg
Illustrationen von Mona Hitzenauer, Regensburg

© Peter Dazeley/The Image Bank/Getty Images Plus

Nicht nur bei der Schuhgröße gibt es größte und kleinste Werte. Für welchen Wert ist die Dreiecksfläche maximal? Wie lautet die Gerade, mit der die Kathetensumme minimal wird, und welchen minimalen Abstand hat ein Funktionsgraph zu einer Geraden? In diesem Beitrag bearbeiten Ihre Schülerinnen und Schüler diese und ähnliche Fragen mithilfe der Werkzeuge der Analysis. Die Aufgaben stärken besonders das Verstehen mathematischer Texte und festigen grundlegende Fertigkeiten des Mathematiklehrplans der Oberstufe.

RAABE, KLASSE SCHULE

Größte und kleinste Werte

Oberstufe (grundlegend)

Alfred Müller, Coburg
Illustrationen von Mona Hitzenauer, Regensburg

Die Schüler lernen:

ihr bereits erworbenes Wissen und Können in Aufgaben in Textform einzusetzen. Sie wenden dazu Ableitungsregeln (Summen-, Produkt-, Ketten- und Quotientenregel) an, bestimmen Geraden-, Tangenten- und Normalengleichungen und berechnen Extremwerte. Die Lösungswege der Aufgaben sind von grundlegendem Niveau, allerdings sind die Aufgaben teilweise ohne grafische Veranschaulichung gestellt, sodass die Jugendlichen die Problemstellung aus dem Text entnehmen bzw. skizzieren müssen. Bieten Sie daher Lernschwächeren zu der Aufgabenstellung die Abbildungen aus der Lösung an.

M 1 Aufgaben

1. Im Punkt $P(u \mid f(u))$, $u > 1$ der natürlichen Logarithmusfunkti[illegible]n mit der Zuordnung $f: x \mapsto \ln(x)$ wird die Normale n gezeichnet, die die x-[illegible]hse im Punkt B schneidet. Die Gerade $x = u$ durch den Punkt P parallel zur y-[illegible]se schneidet die x-Achse im Punkt A. Für welchen Wert von [illegible] die Fl[illegible]che des Dreiecks ABP maximal und wie groß ist dieser Flächeninhalt da[illegible]
Skizzieren Sie dafür zunächst die Funktion f und da[illegible] Dreieck ABP [illegible]inem Koordinatensystem.

2. Die Parallele zur y-Achse mit der Gleichung [illegible]$= u$ $(0$ [illegible] $< e)$ schn[illegible]idet den Graphen G_f der Funktion
$f(x) = x \cdot (\ln(x) - 1)^2$
im Punkt B und die x-Achse im Punkt [illegible]. Für welchen [illegible] von u ist der Flächeninhalt des Dreiecks OAB maxima[illegible] wenn [illegible] Koordinatenursprung ist? Wie groß ist der Flächeninhalt $A_{[illegible]ax}$?
Skizzieren Sie dafür zunächst [illegible] Funktion f und d[illegible]s Dreieck OAB in einem Koordinatensystem.

3. Welcher Punkt des 1. Quadr[illegible]ten auf dem Graphen G_f der Funktion f mit der Gleichung

$$y = f(x) = -\frac{1}{4}x^3 - \frac{[illegible]}{2}x[illegible] \frac{3}{4}[illegible] + 2$$

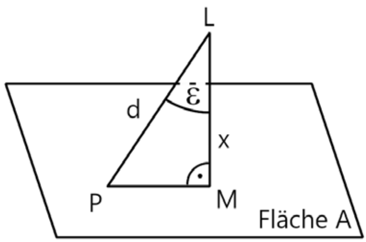
hat von der Geraden

$$y = g(x) [illegible] \frac{[illegible]}{4} + 3$$

mini[illegible] Abst[illegible] [illegible]e groß ist dieser?

4. [illegible] den Punk[illegible] $(1 \mid 4)$ des Koordinatensystems wird eine Gerade so gelegt, dass sie [illegible] den K[illegible]ordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck bildet.
Bestimmen [illegible]e eine Gleichung der Geraden so, dass
[illegible]) die Summ[illegible]e der Kathetenlängen,
b) [illegible] Flä[illegible]neninhalt des Dreiecks
minimal wird.

5. Wenn die Fläche A von einer punktförmigen Lichtquelle L bestrahlt wird, dann gilt für die Beleuchtungsstärke g in einem Punkt $g = c \cdot \frac{\cos\varepsilon}{d^2}$, wobei c eine von L abhängige Konstante ist.



Grafik: Mona Hitzenauer, Regensburg

Für welche Höhe x wird die Beleuchtungsstärke im Punkt P maximal, wenn P zwei Längeneinheiten von dem am stärksten bestrahlten Punkt M der Fläche entfernt ist?