

# Höhere Ableitungen – Extrem- und Wendepunkte

Diana Hauser, Königsfeld im Schwarzwald  
Illustrationen von Diana Hauser



© Erik Von Weber/The Image Bank/Getty Images Plus

Dieser Unterrichtsbeitrag behandelt das Thema Extrem- und Wendepunkte, für das die Jugendlichen höhere Ableitungen benötigen. Wie lese ich mögliche Extremstellen aus der Ableitungsfunktion heraus? Für was brauche ich die 2. und 3. Ableitung? Wie weise ich Extrem- und Wendepunkte überhaupt nach? Die Schülerinnen und Schüler lernen den Unterschied zwischen einer notwendigen und hinreichenden Bedingung kennen und festigen die zugehörigen theoretischen Grundlagen mithilfe von Lückentexten und Karteikarten. Zwei Schwierigkeitsgrade in den Aufgaben sorgen für einen differenzierten Unterricht.

# Höhere Ableitungen – Extrem- und Wendepunkte

## Oberstufe (grundlegend)

Diana Hauser, Königsfeld im Schwarzwald

Illustrationen von Diana Hauser

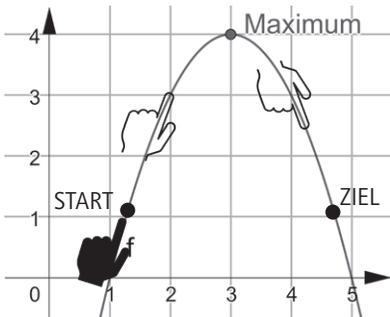
Methodisch-didaktische Hinweise	1
M 1 Was sind Extrem- und Wendepunkte? – Graphische Betrachtung	2
M 2 Lückentext: Wie weise ich Extrem- und Wendepunkte nach? – Theoretische Betrachtung	4
M 3 Karteikarten	6
M 4 Vermischte Aufgaben (einfach/mittel)	8
M 5 Vermischte Aufgaben (schwer)	10
Lösungen	11

### Die Schüler lernen:

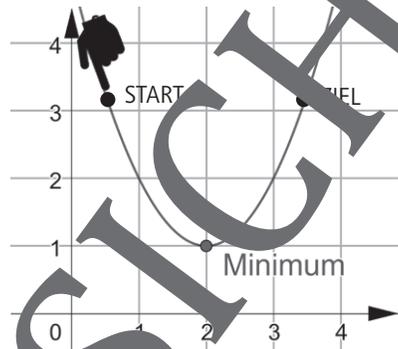
den Zusammenhang zwischen Extrem- und Wendepunkten sowie den Graphen der Funktion der ersten und zweiten Ableitung kennen.

## M 1 Was sind Extrem- und Wendepunkte? – Grafische Betrachtung

### Rechts- und Linkskurve – Extrempunkte

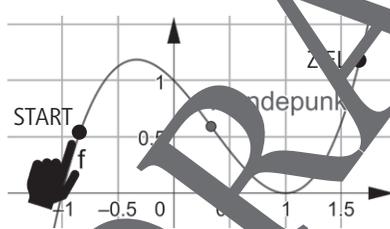


Beginnen Sie im Startpunkt und fahren Sie mit dem Finger auf dem Graphen bis zum Ziel. Hier fahren Sie eine Rechtskurve. Der höchste Punkt ist ein Extrempunkt (hier ein Maximum).



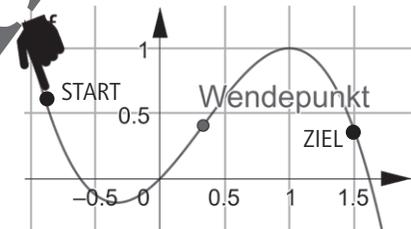
Beginnen Sie im Startpunkt und fahren Sie mit dem Finger auf dem Graphen bis zum Ziel. Hier fahren Sie eine Linkskurve. Der tiefste Punkt ist ein Extrempunkt (hier ein Minimum).

### Übergang zwischen Rechts- und Linkskurve – Wendepunkte



Grafiker: Diana Haas, Königsfeld im Schwarzwald

Beginnen Sie im Startpunkt und fahren Sie mit dem Finger auf dem Graphen bis zum Ziel. Hier fahren Sie zuerst eine Rechtskurve und dann eine Linkskurve. Dort, wo sich die Krümmung ändert, ist ein Wendepunkt.



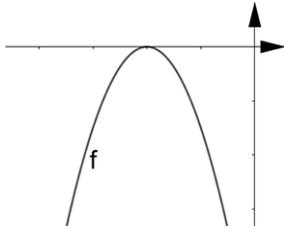
Beginnen Sie im Startpunkt und fahren Sie mit dem Finger auf dem Graphen bis zum Ziel. Hier fahren Sie zuerst eine Linkskurve und dann eine Rechtskurve. Dort, wo sich die Krümmung ändert, ist ein Wendepunkt.

Statt Rechtskurve (bzw. Linkskurve) spricht man auch von rechtsgekrümmt (bzw. linksgekrümmt).

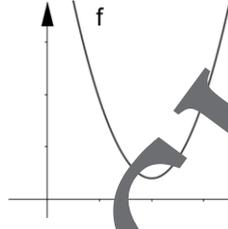
## Aufgaben

1. Ist der Graph eine Rechts- oder eine Linkskurve? Zeichnen Sie das Extremum ein.

a)

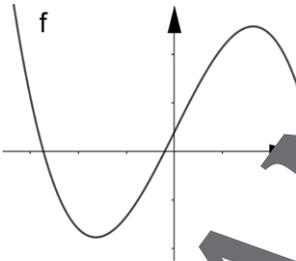


b)

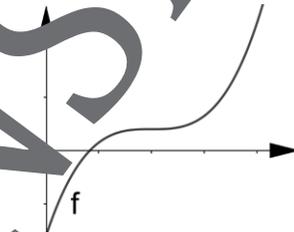


2. Zeichnen Sie den Wendepunkt ein und bestimmen Sie, ob der Graph von einer Rechtskurve in eine Linkskurve übergeht oder umgekehrt.

a)



b)



© RAABE 2021

Grafiken: Diana Hauser, Königsfeld im Schwarzwald

3. Zeichnen Sie einen passenden Graphen in das Bild. Kennzeichnen Sie die markierten Punkte und das Krümmungsverhalten.



© Michael H.a/DigitalVision/Getty Images Plus

## M 2 Lückentext

### Wie weise ich Extrem- und Wendepunkte nach? – Theoretische Beobachtung

Gegeben ist die Funktion  $f(x)$ . Finden Sie sich zu zweit zusammen und füllen Sie die Lücken. Nutzen Sie die Begriffe in den Kästen.

#### Extrempunkte

Rechtskurve / Linkskurve /  $f'(x)$  / 2. Ableitung  $f''(x)$  / Extremstelle / + / + / - / - / x-Wert / y-Wert / Minimum / Maximum / ungleich / Vorzeichenwechsel /  $f'(x_0)=0$

#### 1. Ableitung

##### Hinreichendes Kriterium

Berechnen Sie die 1. Ableitung \_\_\_\_\_.  
 Die Nullstellen der 1. Ableitung sind mögliche \_\_\_\_\_.  
 Berechnen Sie also alle  $x_0$ , für die gilt: \_\_\_\_\_

#### & Vorzeichenwechsel

##### Hinreichendes Kriterium 1

Macht die 1. Ableitung in der Nähe der Nullstelle  $x_0$  einen \_\_\_\_\_, so liegt dort eine Extremstelle vor.  
 Wechselt das Vorzeichen von \_\_\_\_\_, so ist dort ein lokales Maximum.  
 Wechselt das Vorzeichen von \_\_\_\_\_ nach \_\_\_\_\_, so ist dort ein lokales Minimum.

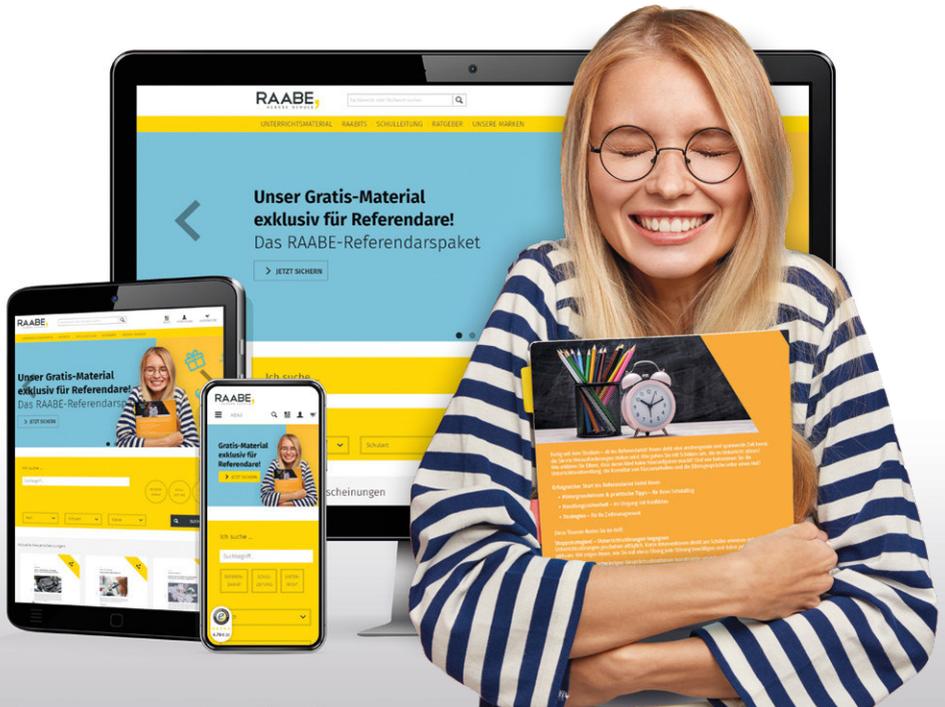
#### & 2. Ableitung

##### Hinreichendes Kriterium 2

Berechnen Sie die \_\_\_\_\_.  
 Die 2. Ableitung muss an der Stelle  $x_0$  \_\_\_\_\_ 0 sein. Berechnen Sie  $f''(x_0)$ .  
 Ist  $f''(x_0) < 0$ , so liegt dort ein lokales \_\_\_\_\_ vor.  
 Ist  $f''(x_0) > 0$ , so liegt dort ein lokales \_\_\_\_\_ vor.

Bei einem lokalen Maximum macht der Graph von  $f$  eine \_\_\_\_\_.  
 Bei einem lokalen Minimum macht der Graph von  $f$  eine \_\_\_\_\_.  
 Die Kombination aus Extremstelle ( \_\_\_\_\_ ) und zugehörigem Funktionswert ( \_\_\_\_\_ ) nennt man Extrempunkt.

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent\*innen**
  - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
  - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**