

# Ableitung – verstehen und anwenden

Diana Hauser, Königsfeld im Schwarzwald  
Illustrationen von Diana Hauser



© James Osmond/The Image Bank/Getty Images Plus

Dieser Unterrichtsbeitrag behandelt das Thema Ableitung, die Grundlage für alle Funktionenbetrachtung in der Analysis. Damit die Ableitung für die Schülerinnen und Schüler nicht nur ein abstrakter Begriff bleibt, wird sie zuerst mithilfe von GeoGebra und eigenen Skizzen visualisiert. In diesem Beitrag geht es insbesondere darum, selbst aktiv zu werden und in Zusammenarbeit mit anderen den Ableitungsbegriff zu verstehen und die Ableitungsregeln so zu verinnerlichen, um den Schrecken vor ihnen zu verlieren.

# Ableitung: verstehen und anwenden

## Oberstufe (grundlegend)

Diana Hauser, Königsfeld im Schwarzwald

Illustrationen von Diana Hauser

Methodisch-didaktische Hinweise	1
M 1 Ableitung verstehen	3
M 2 Karteikarten Ableitungsregeln	5
M 3 Gruppe 1: Ganzrationale Funktionen	7
M 4 Gruppe 2: Trigonometrische Funktionen	8
M 5 Gruppe 3: Wurzelfunktionen	9
M 6 Merkmale und Definition der Ableitung	10
M 7 Verknüpfen von Funktionen	11
Lösungen	13

### Die Schüler lernen:

durch Visualisierung und Animation die Bedeutung der Ableitung kennen. In aktiver Zusammenarbeit mit ihren Klassenmitgliedern verinnerlichen sie die Ableitungsregeln.

## Hinweise

### Zu den GeoGebra-Dateien

Dynamische Geometrie-Software ist im Allgemeinen ein hilfreiches Werkzeug, um mathematische Begriffe zu verstehen. Gerade die Dynamik hilft den Jugendlichen, starre Funktionsvorschriften in ihrem Heft zu veranschaulichen und ihnen sozusagen ein wenig Leben einzuhauchen.

Mithilfe der beiden hier zur Verfügung gestellten GeoGebra-Dateien können Sie zusammen mit Ihrer Klasse anhand von zwei Funktionsbeispielen die jeweilige Ableitung selbst ableiten. Die Dateien geben für jeden Punkt  $(x_0 | f(x_0))$  auf der Funktion – über einen Schieberegler einstellbar – die zugehörige Steigung an diesem Punkt aus. Durch das Übertragen der generierten Punkte  $(x_0 | m)$  in das in **M 1** vorgegebene Koordinatensystem entsteht so dynamisch das Bild der Ableitung.

Dieses Vorgehen lässt sich auf alle Funktionsklassen übertragen. Hierzu müssen Sie in der GeoGebra-Datei nur die Funktion  $f$  abändern.

### Zu den Karteikarten

Das Lernen mit Karteikarten ist eine einfache und effektive Lerntechnik, es ist einprägsam und nachhaltig. Die Ableitungsregeln sind für viele Lernende erst einmal ein komplexes Gebilde. In Form von Karteikarten setzen sie sie einzeln und in Groß. Alle Karteikarten sind nach dem gleichen Muster beschriftet: auf der Vorderseite die Funktion, auf der Rückseite die zugehörige Ableitungsfunktion.

Auf spielerische Weise können so die Ableitungsregeln allgemein eingeführt und gefestigt werden. Sitzen die Regeln erst einmal, fällt den Schülerinnen und Schülern das Anwenden auf konkrete Funktionen gleich viel leichter.

#### **Spielmöglichkeiten mit den Karteikarten:**

Bevor das Lernende die Karteikartenvorderseite mit der Rückseite zusammenkleben, können sie paarweise damit „Memory“ spielen.



### Zur Gruppenarbeit

Die Vorteile von Gruppenarbeit liegen auf der Hand: sozialer Lerneffekt, Steigerung der Teamfähigkeit, Förderung der Kommunikationsfähigkeit.

Da sich hier jede Gruppe nur mit einer Funktionenklasse auseinandersetzt, können Sie danach als Mediator zwischen den Gruppen fungieren. Sie haben hier vielfältige Möglichkeiten:

- Jede Gruppe präsentiert einzelne Aufgaben mit Lösungen
- Jede Gruppe erläutert den anderen die Besonderheiten ihrer Funktionenklasse.
- Eine Gruppe stellt der anderen Aufgaben und hilft beim Lö-

Händigen Sie jedem Klassenmitglied die Karteikarten (M 7, M 4 bzw. M 6) aus und lassen Sie die Klasse anschließend in drei Gruppen auf, die jeweils M 7, M 4 bzw. M 6 bearbeiten.



### Zur Differenzierung im Unterricht

Beispielsweise ist das Ableiten von ganzrationalen Funktionen deutlich einfacher als das Ableiten von Wurzelfunktionen, obwohl sich Letzteres aus Ersterem herleiten lässt. Daher bietet es sich für Sie an, die Jugendlichen genau dieser Differenzierung einfach, mittel, schwer auf die drei Gruppen zu verteilen. Die Arbeitsblätter sind entsprechend markiert.

### Zum Lückentext

Lückentexte stellen in einfacher Form eine Verknüpfung von Reproduktion und Transfer her und verhelfen dabei, Wesentliches strukturiert zusammenzufassen.

Im Anschluss an die Gruppenarbeit sollen sich die Lernenden daher mithilfe eines Lückentexts (M 6) konkret mit der Definition der Ableitung auseinandersetzen und ihre Erkenntnisse aus der Gruppenarbeit einfließen lassen.

## M 1 Ableitung verstehen

1. Lassen Sie sich mittels der beiden GeoGebra-Dateien

*Steigung\_f.ggb* und *Steigung\_g.ggb*

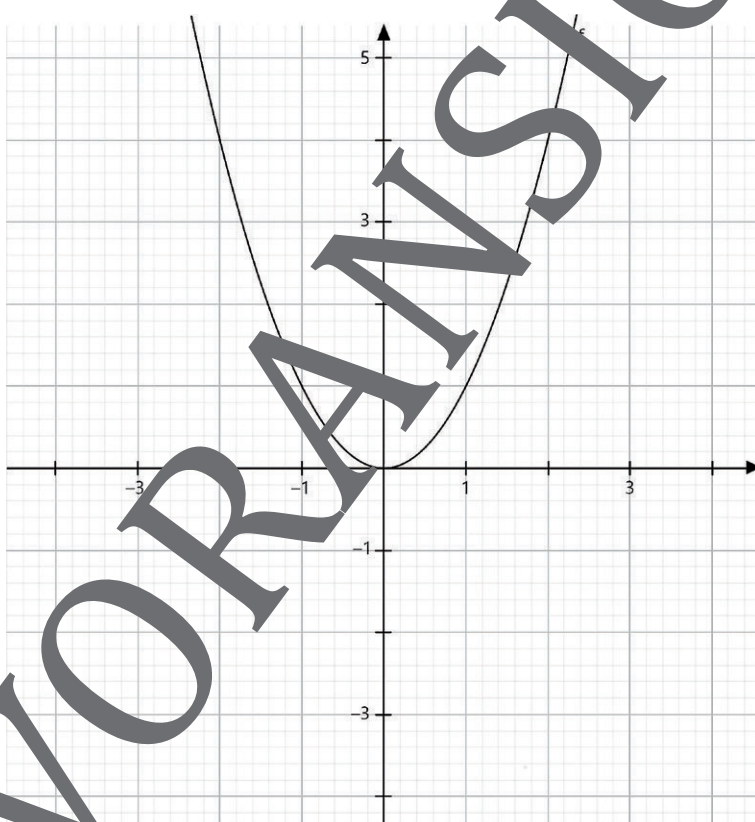
für mehrere Punkte  $x$  die jeweilige Steigung  $m$  an diesen Punkten ausgeben.

Öffnen Sie dazu etwa die GeoGebra-Website

<https://www.geogebra.org/calculator>

(aufgerufen am 10.03.2021) und ziehen Sie die Datei (drag & drop) auf das angezeigte Koordinatensystem. Tragen Sie die Werte als Punkte mit den Koordinaten  $(x|m)$  in das Koordinatensystem ein.

**Grafik 1: Ableitung für  $f(x) = x^2$**



Grafik: Diana Hauser

## M 2 Karteikarten Ableitungsregeln

Vorderseite

$f(x) = \sin(x)$	$f(x) = \cos(x)$
$f(x) = \sqrt{x}$	Potenzregel $f(x) = x^r$
Faktorregel $f(x) = r \cdot g(x)$	Summenregel $f(x) = g(x) + h(x)$
Kettenregel $f(x) = h(\tau(x))$	Produktregel $f(x) = g(x) \cdot h(x)$

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent\*innen**
  - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
  - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**