

COVID-19 – Verbreitungs- und Wachstumsarten von Seuchen

Florian Borges, Traunstein
Illustrationen von Florian Borges



© zubada/iStock/Getty Images Plus

Wissenschaftler haben verschiedene Wachstumsmodelle entwickelt, um in der Natur auftretende Prozesse besser beschreiben zu können. Zum Beispiel entwickeln sich Populationen je nach Nahrungsvorrat und Rahmenbedingungen unterschiedlich. Ausgehend von der einfachen, linearen Zunahme behandelt der Beitrag zunächst das (hemmungslose,) exponentielle Wachstum, dann das beschränkte (bei vorhandenen Sättigungsgrenzen) sowie schließlich das logistische Wachstum mit seiner charakteristischen Wendestelle. Diese Situation findet sich bei der globalen Corona-Pandemie.

COVID-19 – Verbreitungs- und Wachstumsarten von Seuchen

Oberstufe (erhöhtes Niveau)

Florian Borges, Traunstein

Illustrationen von Florian Borges

Hinweise	1
M 1 Wachstumsstrategie 1: Die Sparschwein-Methode	2
M 2 Wachstumsstrategie 2: Eine Pandemie beginnt	3
M 3 Wachstumsstrategie 3: Die Backofen-Methode	5
M 4 Wachstumsstrategie 4a: Gerüchteküche	6
M 5 Wachstumsstrategie 4b: Corona	7
M 6 Fit für den Abschlusstest? – Testen Sie Ihr Wissen!	9
Lösungen	10

© RAABE 2021

Die Schüler lernen:

das Wachstum am Beispiel der Corona-Pandemie sowie unseres Wirtschaftssystems kennen. Für die Beschreibung der verschiedenen Arten gibt es eine Vielfalt an mathematischen Modellen. Wenigstens die grundlegenden sollte ein Abiturient kennen.

Hinweise



Beginnen Sie in Kleingruppen mit dem **linearen Wachstum (M 1)** und wiederholen Sie an dieser Stelle Grundwissen über lineare Funktionen bzw. Geraden. Nach dieser additiven Struktur („gleiche Summanden in gleichen Zeiträumen“) fragt das **exponentielle Wachstum (M 2)** mit seinem multiplikativen Aufbau („gleich. Faktoren in gleichen Zeiträumen“), das nur im idealen Fall unbegrenzter Möglichkeiten überhaupt realistisch sein kann (Bsp. Kapitalvermehrung). Eine Tasse Kaffee kühlt erfahrungsgemäß nicht weiter als bis zur Umgebungstemperatur ab, das **beschränkte Wachstum** hierfür folgt in **M 3**. Meist nur oberflächlich bekannt ist der S-förmige Verlauf des **logistischen Wachstums (M 4 und M 5)**, der den Durchseuchungsverlauf einer **Pandemie wie Corona** beschreibt. **M 6** rundet als Abschlusstest das Thema ab.

Vorkenntnisse

Die Schüler kennen die wesentlichen analytischen Funktionen und Methoden für all diese anspruchsvollen, aber noch recht unspezifischen, weil allgemein gehaltenen Modelle.

Ziele

Die Schüler

- wiederholen ebene Geometrie am Beispiel linearer Funktionen.
- erkennen exponentielle Zu- und Abnahme bei Bankeinlagen, radioaktiven Präparaten etc.
- schätzen die Gültigkeit und Grenzen von Wachstumsmodellen in konkreten Fällen richtig ein.
- schätzen die Leistungsfähigkeit und Praxistauglichkeit der erlernten Werkzeuge im Analysis-Unterricht.
- setzen moderne Software wie GeoGebra (die auch ableiten „kann“) und Excel ein, um mühsame Rechenoperationen maschinell zu erledigen.

M 1 Wachstumsstrategie 1: Die Sparschwein-Methode

Lineares Wachstum

Ein Taxifahrpreis setzt sich im Wesentlichen (d. h. bei freier Fahrt ohne fällige Wartezeitgebühren) aus zwei Bestandteilen zusammen: dem Grundtarif (z. B. $t = 4 \text{ €}$, fällig beim Einsteigen ins Taxi) und dem Kilometerpreis m (nehmen wir an $m = 5 \text{ €/km}$). Nach einer Fahrstrecke x (in km, genau messbar) ist dann folgender Fahrpreis y (in €) fällig:

$$y = mx + t$$

(lineare Funktion, Steigung m , y -Abschnitt t , Graph: Gerade).

Der Sonderfall ohne Grundtarif ($t = 0$) heißt **direkte Proportionalität**. Der Graph ist eine Ursprungsgerade und etwa beim Kauf von Kartoffeln. Bedeutung: Kostet jedes Kilogramm $m = 2 \text{ €/kg}$, dann bezahlt man für $x \text{ kg}$ Kartoffeln den Betrag $y = mx$ (in €).

Beim **linearen Wachstum** wird in **gleichen Abständen** auf der Rechenwertachse (Fahrstrecke x in km, Kartoffelmasse in kg, Telefonatsdauer in Minuten ...) der **gleiche Summand addiert**.

Ähnlich funktioniert auch das Sparen mit dem Sparschwein: Wenn das Kind jeden Tag 50 ct einwirft, dann wächst der Inhalt täglich um 50 ct. Dieses Wachstum erfolgt

stufenweise mit dem Einwerfen pünktlich um 12 Uhr und nicht nach und nach wie bei dem Kartoneinkauf mit Präzisionswaage. Der Sparschweigraph ist also eigentlich keine Gerade, sondern eine **Treppenfunktion**. Jeden Tag um 12 Uhr springt der y -Wert um $0,5 \text{ €}$ nach oben und bleibt dann für einen Tag konstant.



© urb/zornE+/Getty Images Plus



© chee gin tan/Stock/Getty Images Plus

M 2 Wachstumsstrategie 2: Eine Pandemie beginnt

Exponentielles Wachstum

Zu Beginn der Corona-Pandemie ging es in der Presse v. a. um den sog. „R-Wert“. $R = 3$ bedeutet, dass ein Infizierter im Mittel 3 weitere Personen ansteckt. Rechnet man mit einer Inkubationszeit und einer Krankheitsdauer von je 1 Woche und zunächst 1 Person mit Corona, dann sind nach einer Woche 3, nach zwei Wochen 9,

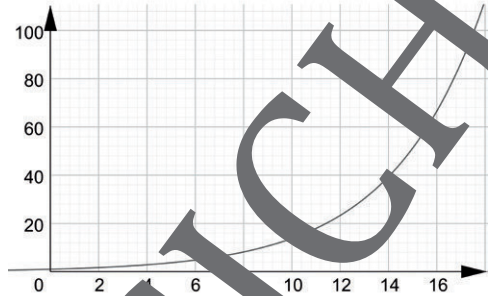


Abb. 1

nach drei Wochen 27 etc. kranke Personen zu erwarten. In immer schneller steigende Infektionszahlen. Schafft man durch AHA-Regeln einen Wert von nur $R = 1,3$, dann steckt jeder Kranke im Schnitt 1,3 weitere an. Die Anzahl der Infizierten nimmt also jede Woche um 30 % zu, sie „ver-1,3-facht“ sich. Nach x Wochen sind das $1,3^x$ Kranke. „Nur 30 % mehr je Woche“ bedeutet aber nach 12 Wochen bereits $1,3^{12} = 23,298$, nach 30 Wochen $1,3^{30} \approx 2620$, die Zahl steigt immer schneller, man sagt „exponentiell“.

Die Infiziertenzahl wächst exponentiell, in **gleichen Zeiträumen** wird der Betrag mit dem **gleichen Faktor multipliziert** (oben 1,3). Der Graph ist der einer Exponentialfunktion (vgl. Abb. 1 und Abb. 2). Die allgemeine Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot b^x$ enthält die zwei Parameter a und b , folglich genügen zwei Wertepaare $(x_1 | f(x_1))$, um die Funktion festzulegen (wie bei der Geradengleichung!). Voraussetzung für exponentielles Wachstum ist, dass es **keine Obergrenze** gibt (also dass „einfach alle krank sind“), sonst liegt meist logistisches Wachstum vor (siehe M 4 und M 5)!

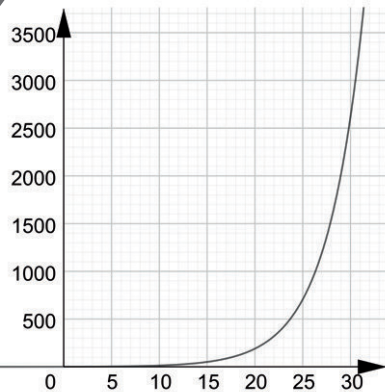


Abb. 2, Grafiken: Florian Borges

Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent*innen**
 - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
 - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:
www.raabe.de