Schar von Logarithmusfunktionen, Stammfunktion, Integralfunktion – Test

Alfred Müller, Coburg
Illustrationen von Alfred Müller

Foto: RichLegg(E+/Getty Images Plus

Ihre Klasse [illegible] in Kurvendiskussionen, Stamm- und Integralfunktionen und die Jugendlichen kennen den natürlichen Logarithmus wie ihre eigene Westentasche? Dann ist dieser Beitrag mit einem Test zu Logarithmusscharen jetzt genau das Richtige. In einer Lernerfolgskontrolle können Sie den Wissenstand Ihrer Schülerinnen und Schüler genau erfassen und diese gezielt nach ihrem Leistungsstand fördern.

Schar von Logarithmusfunktionen, Stammfunktion, Integralfunktion

Oberstufe (erhöhtes Niveau)

Alfred Müller, Coburg
Illustrationen von Alfred Müller

Die Schüler lernen:

die bereits erlernten Werkzeuge der Analysis auf Funktionen mit Logarithmen anzuwenden. Sie testen ihr Wissen zu Stamm-, Integral- und Umkehrfunktionen in diesem Zusammenhang.

M 1 Logarithmus – sind Sie fit?

1. Gegeben ist die Schar von Funktionen f_a durch ihre Gleichung
$y=f_a(x)=(2-\ln(ax))\cdot\ln(ax)$ mit $a\in\mathbb{R}^+$, Graphen G_a und Definitionsmenge $\mathbb{D}_a$.
   a) Untersuchen Sie das Verhalten der Graphen G_a an den Rändern des Definitionsbereiches und bestimmen Sie die Nullstellen der Schar f_a. **[4 BE]**
   b) Bestimmen Sie die Extrempunkte der Graphen G_a nach Lage und Art und geben Sie eine Gleichung des geometrischen Ortes der Hochpunkte an. Untersuchen Sie dann die Graphen G_a auf Wendepunkte. **[[illegible] BE]**
   c) Zeichnen Sie den Graphen G_1 für $a = 1$ im Bereich für $x\in\,]0;8]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem anhand einer Wertetabelle. **[5 BE]**
   d) Begründen Sie, dass die Funktion f_1 für $a = 1$ im Bereich $]0;$ [illegible] umkehrbar ist. Berechnen Sie die Steigung der Umkehrfunktion f_1 [illegible] im Punkt $P(0|1)$. **[4 BE]**

2. Gegeben ist die Funktion F mit $F(x)=-x\cdot(\ln(x)-2)^2$, $\mathbb{D}_F=\mathbb{D}_1$.
   a) Zeigen Sie, dass die Funktion F eine Stammfunktion zur Funktion f_1 ist. Berechnen Sie dann den Inhalt A des Flächenstücks, das der Graph G_1 mit der x-Achse einschließt. **[5 BE]**
   b) Berechnen Sie dann $\lim\limits_{k\to0+0}\int_1^k f_1(x)\,dx$. Welche geometrische Folgerung können Sie aus dem Ergebnis ziehen? **[4 BE]**

3. Die Funktion G mit $G(x)=\int_1^x f_1(t)\,dt$ ist eine Integralfunktion zur Funktion f_1 mit $\mathbb{D}_G=\mathbb{R}^+$.
   a) Bestimmen Sie die Abszissen der Extrempunkte und des Wendepunktes, ohne die Funktionsgleichung von G zu bestimmen. **[3 BE]**
   b) Geben Sie die Funktion G in integralfreier Darstellung an und skizzieren Sie den Graphen G_G zusammen mit dem Graphen G_1 in das angelegte Koordinatensystem. **[6 BE]**

Gesamt: **[40 BE]**
Arbeitszeit: 50 Minuten