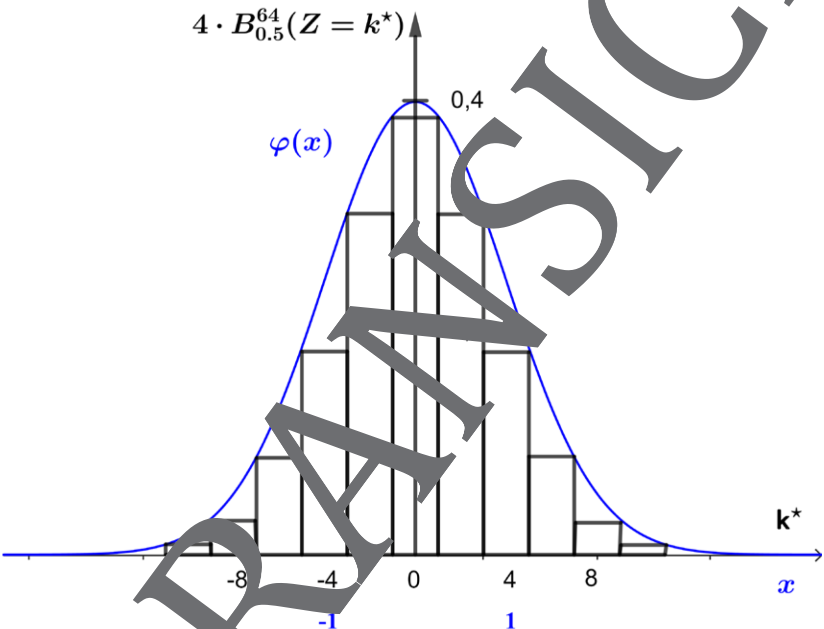
# Näherung der Binomialverteilung – Gauß-Funktionen und Moivre-Laplace

Alfred Müller




*© Skizze: Alfred Müller*

Dieses Unterrichtsmaterial behandelt in ausführlicher Weise die Approximation der Binomiale durch die Normalverteilung. Über die Gauß-Funktionen landet man bei den Näherungsformeln von Moivre-Laplace. Zeigen Sie Ihren Schülerinnen und Schülern, wie man auch ohne moderne Hilfsmittel komplexe Wahrscheinlichkeiten näherungsweise bestimmen kann. Die Einheit schließt mit einer umfangreichen Beispiel- und Aufgabensammlung ab, wodurch die Jugendlichen die erlernten Fähigkeiten einüben können.



RAABE
KLASSE SCHULE

# Näherung der Binomialverteilung – Gauß-Funktionen und Moivre-Laplace

## Oberstufe (weiterführend)

Alfred Müller





## Die Schülerinnen und Schüler lernen:

wie man Binomialverteilungen mit der Normalverteilung annähern kann. Sie erkennen dadurch Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Verteilungen. Die Lernenden entdecken, dass man auch ohne moderne Hilfsmittel wie dem Smartphone oder Computer komplexe Wahrscheinlichkeiten näherungsweise bestimmen kann.

## Überblick:

Legende der Abkürzungen:
**AB** Arbeitsblatt

| Thema | Material | Methode |
|---|---|---|
| Zufallsgrößen | M1 | AB |
| Gaußsche φ-Funktion | M2 | AB |
| Lokale Näherungsformel | M3 | AB |
| Gaußsche Φ-Funktion | M4 | AB |
| Globale Näherungsformeln | M5 | AB |
| Anwendungsbeispiele | M6 | AB |

## Kompetenzprofil:

**Inhalt:** Zufallsvariable, Binomialverteilung, Normalverteilung, Dichtefunktion, Verteilungsfunktion, Näherungsformeln nach Moivre-Laplace, Alternativ- und Signifikanztest

**Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

**Erklärung zu den Symbolen**

einfaches Niveau — mittleres Niveau — schwieriges Niveau

## M1 Zufallsgrößen

### Vorbemerkungen

Bei älteren Aufgaben mit der Binomialverteilung fällt oft auf, dass sie sich nur mit wenigen Werten der Parameter n und p begnügen, nämlich mit denen, die tabelliert waren. Wie sieht es aber aus, wenn die Parameter z. B. n = 191 und p = 0,29 sind? Wie berechnet man $B_{0,29}^{191}(Z \leq 54)$ ohne Taschenrechner oder Computer?

Eine Näherungsformel zur Berechnung solcher Werte der Binomialverteilung geht zurück auf die französischen Mathematiker *Abraham Moivre (1667–1754)* und *Pierre-Simon Laplace (1749–1827)*. Im Folgenden soll der Weg zu den Näherungsformeln nachvollzogen werden.

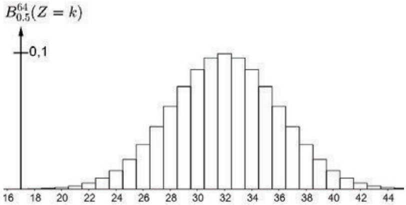
*Wikimedia Commons [gemeinfrei gestellt]*

### Standardisierte Zufallsgrößen

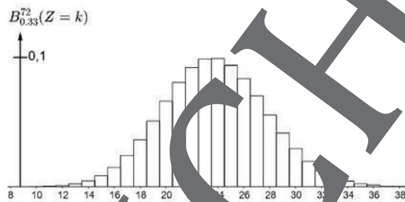
Aus den Eigenschaften der Binomialverteilung weiß man, dass bei festem Parameterwert p und wachsender Länge n die Graphen der Binomialverteilung immer flacher werden, da die Summe aller Wahrscheinlichkeiten den Wert 1 besitzt und die Zahl der (n + 1) Einzelwerte wächst. Das Maximum (bzw. die zwei Maxima) der Verteilung wandert nach rechts, ebenso bei festem Wert für n und wachsendem p. Das Maximum der Verteilung liegt immer in der Nähe des Erwartungswertes $\mu = E(Z)$.

Folgende Binomialverteilungen werden uns durch dieses Material begleiten:

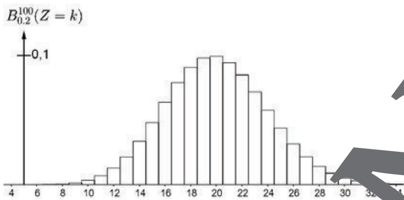
n = 64, p = 0,5



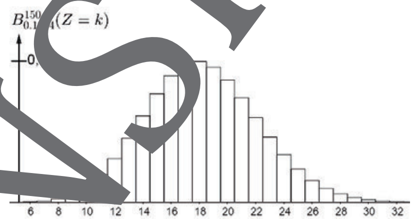

n = 72, $p = \frac{1}{3}$




n = 100, p = 0,2

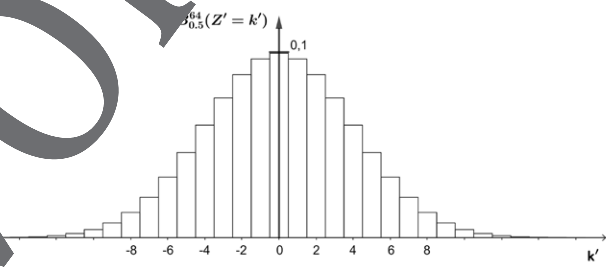


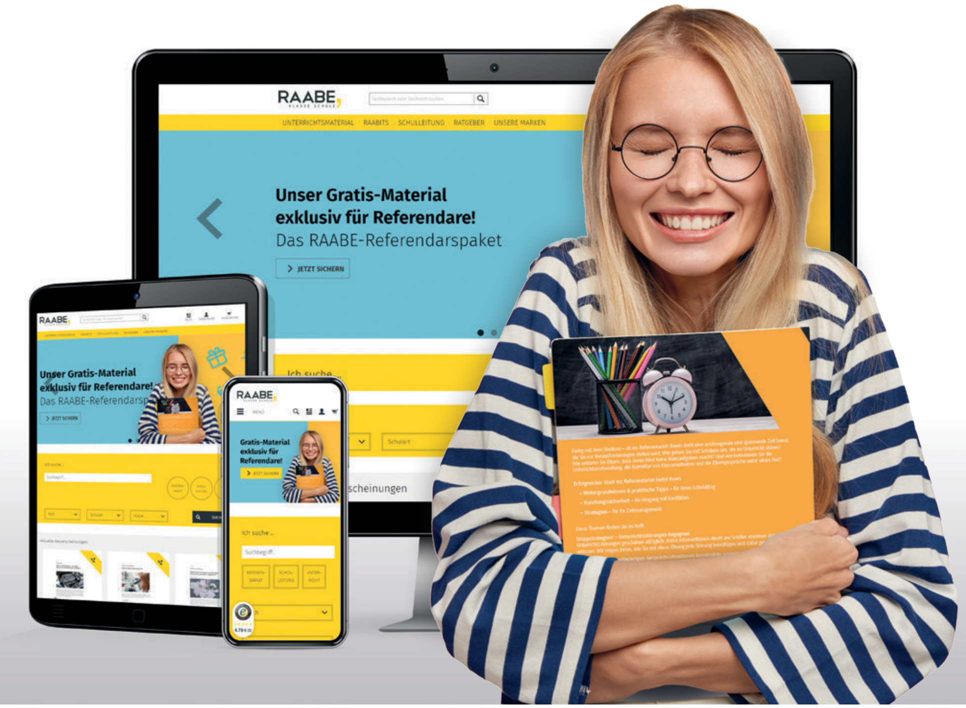

n = 150, p = 0,1[illegible]




Wenn man die Graphen der Verteilungen betrachtet, so gehen diese durch eine Verschiebung ungefähr auseinander hervor. Man kann sie besonders gut vergleichen, wenn man sie so verschiebt, dass das Maximum bei k = 0 liegt, d. h., die Abbildung $Z \to Z' = Z - \mu$ mit $\mu = E(Z)$ ausführt.

*Skizzen: Alfred Müller*




RAABE
UNTERRICHTSMATERIAL RAABITS SCHULLEITUNG RATGEBER UNSERE MARKEN
Unser Gratis-Material
exklusiv für Referendare!
Das RAABE-Referendarspaket
JETZT SICHERN