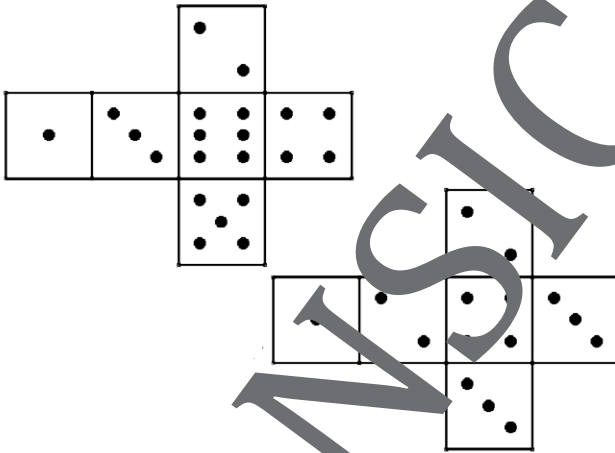


Stochastik beim Spiel mit zwei Würfeln

Günther Weber



Grafik: Günther Weber

Spricht man im Unterricht von einem Spielwürfel, so gehen die Schülerinnen und Schüler überwiegend von einem sechsseitigen und an den Ecken abgerundeten Würfel aus, dessen Seitenflächen mit einem bis sechs Punkten beschriftet sind. Beim Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Punktzahlen gleich (Laplace-Würfel). Ein Spielwürfel lässt sich aber so bauen, dass einige Punktzahlen fehlen, während andere Punktzahlen dagegen mehrfach auf den Seitenflächen auftreten. Die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Seitenflächen bleibt dann zwar gleich, die der Punktzahlen ändert sich aber. Möglich ist auch die Manipulation eines Würfels, sodass die Seitenflächen zwar ein bis sechs Punkte aufweisen, die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Punkte aber nicht mehr gleich ist (gezinkter Würfel).

Im vorliegenden Material untersuchen Ihre Schülerinnen und Schüler beide abgeänderten Arten von Spielwürfeln. Die Lernenden bestimmen hierzu (bedingte) Wahrscheinlichkeiten durch das Zeichnen von Baumdiagrammen bzw. durch Anwenden der Binomialverteilung. Sie können ebenso berechnen sie den Erwartungswert und überprüfen, ob der Einsatz des Spielwürfels günstig für ein Spiel ist.

Stochastik beim Spiel mit zwei Würfeln

Oberstufe (grundlegend)

von Günther Weber

| | |
|--------------------|----------|
| Hinweise | 1 |
| M1 Aufgaben | 3 |
| Lösungen | 5 |

Die Schülerinnen und Schüler lernen

in einer ersten Übung die Ereigniswahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen bzw. Tabellen zu bestimmen. Die Lernenden festigen ihr Können und Wissen über die Bestimmung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten durch Zeichnen von Baumdiagrammen bzw. durch Anwenden der Binomialverteilung. Die Jugendlichen bestimmen und vergleichen den Erwartungswert beim Würfeln, wenn die Anzahl der Punkte auf dem Würfel verändert wird. In einer zweiten Aufgabe untersuchen sie zudem, wie sich die Wahrscheinlichkeit beim Würfeln mit zwei Würfeln auf die Augensumme bzw. das Produkt der Augenzahlen auswirkt, wenn der Würfel so verändert wird, dass eine Würfelzahl auf jedem Würfel geändert wird (die Würfel gezinkt werden).

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Ihre Klasse kennt verkürzte Baumdiagramme und die Pfadregeln. Die Lernenden berechnen Wahrscheinlichkeiten und bedingte Wahrscheinlichkeiten ohne Schwierigkeiten mit unterschiedlichen Lösungsverfahren.

Die Schülerinnen und Schüler können mit Zufallsvariablen umgehen und die Binomialverteilung anwenden. Idealerweise sind ausreichende Kenntnisse eines Tabellenkalkulationsprogramms, z. B. *Excel*, vorhanden; die halbabsolute Adressierung in den Formeln muss nicht bekannt sein und kann den Jugendlichen während des Unterrichts gezeigt werden.

Lehrplanbezug

In den Kernlernplänen NRW (https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_SIII/m/KLP_GOST_Mathematik.pdf, aufgerufen am 27.03.2023) sind im Inhaltsfeld „Stochastik“ unter anderem folgende Kompetenzerwartungen aufgeführt:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
- modellieren Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen,
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln,
- verwenden Bernoulli-Ketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente,
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch.

Hinweise zu den Materialien

Übung 1

Bei **Aufgabe 1**) bestimmen Ihre Schülerinnen und Schüler die Wahrscheinlichkeitsverteilung mithilfe eines Baumdiagramms und mithilfe einer Tabelle. Anschließend vergleichen Sie die Rechenwege. Ebenso bearbeiten die Lernenden **Aufgabe 3**) mithilfe eines Baumdiagramms und mithilfe der Binomialverteilung. Auch hier vergleichen Sie den Lösungsweg hinsichtlich des Aufwandes. **Aufgabe 4**) bzw. **Aufgabe 6**) können zur

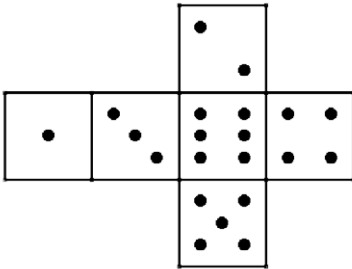
Differenzierung nach Schnelligkeit genutzt werden. Sie können Ihre Klasse aber auch in 2 Gruppen aufteilen; Gruppe 1 bearbeitet dann die Aufgaben für den Würfel W_1 , Gruppe 2 für Würfel W_2 . Ebenso kann eine Bearbeitung der **Aufgabe 7)** bzw. **Aufgabe 9)** gruppenweise erfolgen. Bei **Aufgabe 7)** bilden Sie 4 Gruppen, legen anschließend fest, welche Punktzahl überklebt wird und weisen dies dann einer Gruppe zu. Nach der Bearbeitung stellen die Schülerinnen und Schüler ihre Ergebnisse vor und finden miteinander die Gesamtlösung. **Aufgabe 9)** kann gruppenweise bearbeitet werden, in der jede Gruppe eine Spielvariante bearbeitet. Bei leistungsschwächeren Lerngruppen sprechen Sie vor der Bearbeitung von **Aufgabe 8)** den Lösungsweg durch.

Übung 2:

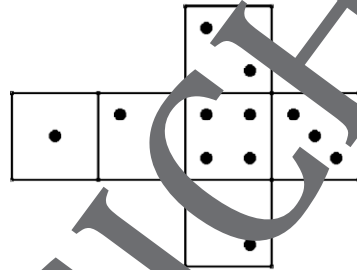
Bei den Aufgabenteilen 1b) und 2b) bietet es sich (insbesondere bei Zeitmangel) an, die Aufgabe aufzuteilen und von den einzelnen Gruppen dann die Wahrscheinlichkeit $P(X=x_i)$ bzw. $P(Y=y_i)$ ausrechnen zu lassen. Die Aufgabenteile 1c) und 1d) können auf verschiedene Arten (Minimumbestimmung mithilfe der Ableitung bzw. durch Umformung in die Scheitelpunktform; graphische Lösung) gelöst werden. Die Aufgabenteile können von unterschiedlichen Gruppen mit unterschiedlichen Lösungswege bearbeitet werden und die Lösungswege anschließend miteinander verglichen werden.

Aufgaben

Übung 1:



Netz von Würfel W1



Netz von Würfel W2

Grafiken: Günther Weber

Bei einem Spiel mit den beiden Würfeln, deren Netze in der obigen Abbildung zu sehen sind, wird Würfel W1 bzw. Würfel W2 einmal gewürfelt. Nach dem zweifachen Würfeln wird der Unterschied der Punktezahlen bestimmt; dieser Unterschied ist das **Ergebnis** des Spiels.

1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für ein Spiel mit Würfel W1 bzw. Würfel W2.
2. Mit Würfel W2 wird das Spiel dreimal gespielt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis bei den Spielen immer größer ist als das Ergebnis des vorherigen Spiels.
3.
 - a) Das Ergebnis eines Spiels ist gleich 0. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel mit Würfel W1 durchgeführt wurde.
 - b) Das Ergebnis eines Spiels mit dem Würfel W2 ist gleich 1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem der beiden Würfe die Seite genau einen Punkt zeigte.
4. Bestimmen Sie, wie oft man das Spiel mit dem Würfel W1 mindestens spielen muss, damit die Wahrscheinlichkeit mindestens einmal als Ergebnis 1 zu bekommen mindestens 95% beträgt.

Zur Differenzierung: Das Spiel wird mit Würfel W2 durchgeführt.

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de