

# Würfel, Urne oder Glücksrad?

Günther Weber, Brilon  
Illustrationen von Günther Weber



© kali9/E+/Getty Images Plus

Wahrscheinlichkeitsrechnung auf den Kopf gestellt: In diesem Beitrag finden die Schülerinnen und Schüler zu vorgegebenen Ereignissen und Wahrscheinlichkeiten heraus, ob bei Zufallsversuchen zweimal gewürfelt, zweimal ein Glücksrad gedreht oder zweimal mit Zurücklegen eine Kugel gezogen wurde. Die Jugendlichen berechnen mithilfe der Pfadregeln zu einem Ereignis jeweils die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Geräte, vergleichen sie mit den vorgegebenen Wahrscheinlichkeit und ordnen anschließend das Gerät zu.

# Würfel, Urne oder Glücksrad?

## Oberstufe (grundlegendes Niveau)

Günther Weber, Brilon

Illustrationen von Günther Weber

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M 1 Würfel, Urne oder Glücksrad?</b>	<b>4</b>
<b>Lösungen</b>	<b>6</b>

### Die Schüler lernen:

die Berechnung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsversuchen. Sie nehmen dazu Tabellen zur Hilfe, wenden die Pfadregeln sowie die Formel der bedingten Wahrscheinlichkeit an.

VORANSICHT

## Hinweise

### Lernvoraussetzungen

Damit die Lernenden die Aufgaben lösen können, sollten sie bereits gut mit dem Aufbau einer zweidimensionalen Tabelle in einer Tabellenkalkulation oder dem Zeichnen von Baumdiagrammen sowie den Pfadregeln vertraut sein. Sie sind sicher im Umgang mit der Formel zur Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten und bedingten Wahrscheinlichkeiten.

### Lehrplanbezug

In der Mittelstufe berechnen die Jugendlichen Wahrscheinlichkeiten beim Ziehen mit Zurücklegen mithilfe der Pfadmultiplikation- und Pfadadditionssatz. Ebenso erfahren sie, dass sie bei einem Laplace-Zufallsversuch – einem Zufallsversuch mit endlich vielen Ergebnissen, die alle die gleiche Wahrscheinlichkeit haben – die Formel von Laplace anwenden können.

Ist E ein Ereignis, so gilt für die Wahrscheinlichkeit

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen das Ereignis E eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Mithilfe der Formel lassen sich auch die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen bestimmen, bei denen die Ereignismengen nicht die Mächtigkeit eins haben.

In der Einführungsphase wird die Thematik wieder aufgegriffen. Schwerpunkte der Stochastik sind in dieser Jahrgangsstufe mehrstufige Zufallsversuche und bedingte Wahrscheinlichkeiten.

[https://www.entwicklungsraum.de/lehrplaene/upload/klp\\_SIII/m/GOSt\\_Mathematik\\_Endfassung.pdf](https://www.entwicklungsraum.de/lehrplaene/upload/klp_SIII/m/GOSt_Mathematik_Endfassung.pdf)

(aufgerufen am 11.06.2021)

## Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mit zweidimensionalen Tabellen in einer Tabellenkalkulation:

	J	K	L	M	N	O	P	Q
3			3/12	2/12	2/12	2/12	2/12	1/12
4		Z1	1	2	3	4	5	6
5	3/12	1	9/144					
6	2/12	2					4/144	
7	2/12	3			4/144			
8	2/12	4						2/144
9	2/12	5	6/144					
10	1/12	6				2/144		1/144
11								
12							Glücksrad:	28/144

Grafik: Günther Weber

Im Bereich **L4:Q4** sowie **K5:K11** sind die möglichen Zahlen aufgelistet.

In der Zeile oberhalb dieser Zahlen bzw. in der Spalte vor diesen Zahlen werden die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten eingetragen.

Die Zellen, die Zahlen Zahlen der Ereignismenge gehören, werden markiert. Entsprechend der Pfadmultiplikationsregel bei einem zweistufigen Zufallsversuch werden die Randwahrscheinlichkeiten miteinander multipliziert.

Dies kann durch eine Formel mit halbabsoluter Adressierung geschehen. Zum Beispiel lautet die für alle markierten Zellen zu kopierende Formel für die Zelle **L5**: **=L\$3\*\$J5**.

Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit werden dann die Wahrscheinlichkeiten aller markierten Zellen in der Zelle **Q12** addiert (Pfadadditionsregel).

Die Formel zur Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B unter der Bedingung, dass Ereignis A eingetreten ist, lautet:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

In der Tabelle werden hierzu dann alle Zellen, die zum Ereignis A gehören (z. B. in hellgrau) und anschließend die Zellen, die zu den Ereignissen A und B gehören (Schnittmenge  $A \cap B$ ) (z. B. in dunkelgrau) markiert.

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit erfolgt, indem die Summe der Wahrscheinlichkeiten der dunkelgrauen Zellen durch die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller grauen Zellen dividiert wird.

### Anmerkung:

Die Wahrscheinlichkeiten wurden als Bruch mit dem Nenner 144 formatiert, damit man nicht evtl. aus dem Nenner auf den Würfel, das Gitter oder die Urne schließen kann.



### Zum Einsatz der LearningApp

Das Zuordnungsproblem als LearningApp, wie in der Aufgabenstellung angeordnet, als letzte Aufgabe bearbeitet. Die Schülerinnen und Schüler kontrollieren hierdurch (teilweise) ihre Ergebnisse auf spielerische Art und Weise. Gerade im Hinblick auf die mündliche Abiturprüfung ist dies eine zusätzliche Übung.

Setzen Sie die App begleitend während der Bearbeitung ein, wenn die Lernenden schon während der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben Rückmeldung erhalten sollen. Sehen Sie von dieser Methode ab, wenn einzelne Aufgaben gruppenweise bearbeitet werden sollen. Falls Sie die App verwenden möchten, so können Sie dies unter

<https://learningapps.org/play?v=pq3kode8321>

(aufgerufen am 21.06.2021).

## M 1 Würfeln, Urne oder Glücksrad?

Bei einem Zufallsversuch besteht die Möglichkeit,

- einen Laplace - Würfel zu werfen,



© malerapas / E+/Getty Images Plus

- ein Glücksrad, dessen 12 Felder

3-mal mit 1,

2-mal mit 2,

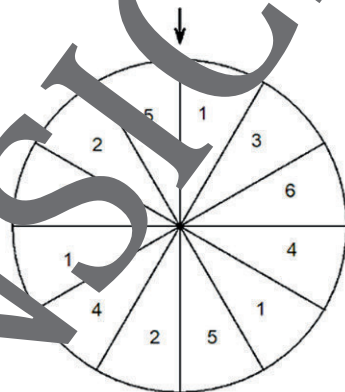
2-mal mit 3,

2-mal mit 4,

2-mal mit 5 und

1-mal mit 6

beschriftet sind, zu drehen,



- oder eine Kugel aus einer Urne zu ziehen.

2 Kugeln sind mit 1,

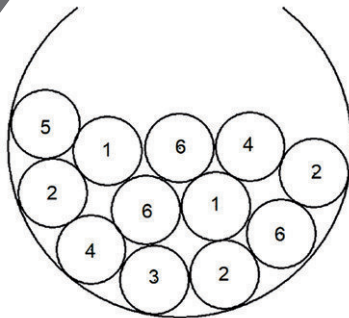
3 Kugeln mit 2,

1 Kugel mit 3,

2 Kugeln mit 4,

1 Kugel mit 5 und

3 Kugeln mit 6 beschriftet.



Grafiken: Günther Weber

Beim Zufallsversuch wird zwei Mal nacheinander gewürfelt, das Glücksrad zweimal gedreht, oder es werden zwei Kugeln aus der Urne gezogen, wobei die erste gezogene Kugel nach der Ziehung wieder in die Urne zurückgelegt wird.

### Aufgaben

- Bestimmen Sie anhand des Ereignisses und der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, ob beim Zufallsversuch gewürfelt, das Glücksrad gedreht oder die Kugel aus der Urne gezogen wurden.
  - E1:** Die Summe der Zahlen ist mindestens 10.
  - E2:** Das Produkt der Zahlen ist höchstens 6.
  - E3:** Beide Zahlen sind weder durch 2 noch durch 3 teilbar.
  - E4:** Der Betrag der Differenz der Zahlen ist gleich 2.
  - E5:** Die Summe der Zahlen ist durch 4 teilbar.
  - E6:** Die Zahlen sind gleich oder die Summe ist durch 5 teilbar.
  - E7:** Die Zahlen sind verschieden und das Produkt der Zahlen ist größer als 15.
  - E8:** Die Summe ist größer als 9, wenn die erste Zahl eine 5 oder eine 6 ist.
  - E9:** Beide Zahlen gerade sind, wenn der Betrag der Differenz der Zahlen gleich 2 ist.
  - E10:** Eine der beiden Zahlen eine 5 ist, wenn das Produkt der Zahlen größer als 12 ist.

P(E1)	P(E2)	P(E3)	P(E4)	P(E5)	P(E6)	P(E7)	P(E8)	P(E9)	P(E10)
$\frac{13}{144}$	$\frac{56}{144}$	$\frac{16}{144}$	$\frac{30}{144}$	$\frac{36}{144}$	$\frac{54}{144}$	$\frac{20}{144}$	$\frac{66}{144}$	$\frac{54}{144}$	$\frac{78}{144}$

- Überprüfen Sie Ihre Zuordnungen mit der Learning App „Würfel, Glücksrad oder Urne?“

Öffnen Sie dazu die Website <https://learningapps.org/wdr1v1177kode8321> (aufgerufen am 11.06.2021)

und ordnen Sie den Karten einer der Gruppen „Würfel“, „Glücksrad“ oder „Urne“ zu.



Kontrollieren Sie Ihre Zuordnung, indem Sie auf die Prüfschaltfläche klicken. Ist die Zuordnung richtig, so erscheint um die Karte ein grüner Rahmen, bei falscher Zuordnung ein roter Rahmen. Ordnen Sie bei falscher Zuordnung die Karte einer anderen Gruppe zu.

### Differenzierung:

E1, E2, E3, E4	E5, E6, E7, E8	E9, E10

# Sie wollen mehr für Ihr Fach? Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



- ✓ **Über 4.000 Unterrichtseinheiten** sofort zum Download verfügbar
- ✓ **Sichere Zahlung** per Rechnung, PayPal & Kreditkarte
- ✓ **Exklusive Vorteile für Grundwerks-Abonent\*innen**
  - 20% Rabatt auf Unterrichtsmaterial für Ihr bereits abonniertes Fach
  - 10% Rabatt auf weitere Grundwerke

Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**