

# Dunkelfeldforschung

Antonius Warmeling, Hagen

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© Peter Dazeley/The Image Bank/Getty Images Plus

Ladendiebstahl, Diebstahl, aber auch Gewalt in Beziehungen sind sogenannte „Dunkelfelder“. Das bedeutet, dass man zum Beispiel auf die Frage „Haben Sie schon einmal geklaut?“ mit hoher Wahrscheinlichkeit keine ehrliche Antwort bekommt. Deshalb wird man bei solchen Befragungen z. B. den Anteil der Diebe in unserer Gesellschaft stark unterschätzen. Die Dunkelfeldforschung ist eine praktische Anwendung für folgende stochastischen Verfahren und Sätze: bedingte Wahrscheinlichkeit, Pfadregeln und Satz von Bayes. In dieser Unterrichtseinheit üben Ihre Schüler diese Inhalte anwendungsorientiert und testen anschließend ihr Wissen in einer Lernerfolgskontrolle.

## Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Sek. II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und des Lehres an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für die Nutzung des einfachen, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu § 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichtsmaterialien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in einer sonst öffentlich zugänglichen Weise eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlag GmbH  
Ein Unternehmen der Klever Gruppe  
Rotebühlstraße 77  
70178 Stuttgart  
Telefon +49 711 62900-0  
Fax +49 711 62900-60  
meinRAABE@raabe.de  
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel  
Satz: Röhr Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe  
Bildnachweis Titel: Peter Dazeley/The Image Bank/Getty Images Plus  
Illustrationen: Dr. W. Zettlmeier, Barbing  
Korrektur: Johanna Stotz, Wyhl a. K.

# Dunkelfeldforschung

## Oberstufe (Niveau)

Antonius Warmeling, Hagen

Illustrationen von Antonius Warmeling

<b>Hinweise</b>	<b>1</b>
<b>M 1 Haben Sie schon einmal geklaut?</b>	<b>9</b>
<b>M 2 Ja (!) – Karten für die Einstiegssimulation</b>	<b>10</b>
<b>M 3 Varianten in der Dunkelfeldforschung – Lösung 1</b>	<b>11</b>
<b>M 4 Aufgaben zur Excel-Simulation</b>	<b>12</b>
<b>M 5 Wovon ist die Güte der Schätzung abhängig?</b>	<b>13</b>
<b>M 6 Lernerfolgskontrolle</b>	<b>14</b>
<b>Lösungen</b>	<b>16</b>

### Die Schüler lernen

den Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit sicher anzuwenden. Sie bestimmen die Wahrscheinlichkeit verschiedener Ereignisse mithilfe von Baumdiagrammen. Auch den Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit und den Satz von Bayes lernen sie kennen. Die Aufgaben sind in den Kontext „Dunkelfeldforschung“ eingebettet, der die Schüler anspricht. Eine Lernerfolgskontrolle rundet den Beitrag ab.

## Hinweise

Wenn man Menschen zu sozial unerwünschten Verhaltensweisen oder Einstellungen befragt, kann man davon ausgehen, dass viele nicht wahrheitsgemäß antworten und deshalb der Anteil der Menschen mit diesen Eigenschaften mindestens stark unterschätzt wird. Davon sind viele klassische Dunkelfelder betroffen wie zum Beispiel Drogenkonsum, Gewalt in Beziehungen oder auch der hier thematisierte Radendiebstahl. Die Dunkelfeldforschung ist eine praktische Anwendung für die oben genannten stochastischen Verfahren und Sätze.

## Voraussetzungen

Wichtige Grundlagen für die Behandlung der Dunkelfeldforschung sind der **Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit** und der Umgang mit **Baumdiagrammen**. Der **Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit** und der **Satz von Bayes** sind hilfreich.

## Bedingte Wahrscheinlichkeiten

A und B seien zwei Ereignisse und  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  die zugehörigen Gegenereignisse. Dann bezeichnet  $P(B|A)$  die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B, wenn vorher das Ereignis A eingetreten ist. Man liest kurz „P von B unter der Bedingung A“. In einigen Schulbüchern wird die entsprechende Schreibweise  $P(B|A)$  verwendet.

Mithilfe der Pfadmultiplikations- und der Pfadadditionsregel ergibt sich daraus der **Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit** (vgl. Baumdiagramm):

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

Wenn  $x = P(A)$  gesucht wird, erhält man aus der obigen Gleichung:

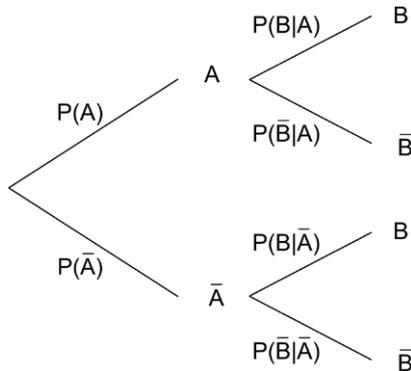
$$P(B) = x \cdot P(B|A) + (1-x) \cdot P(B|\bar{A})$$

$$\Rightarrow P(B) - P(B|\bar{A}) = x \cdot (P(B|A) - P(B|\bar{A}))$$

$$\Rightarrow \frac{P(B) - P(B|\bar{A})}{P(B|A) - P(B|\bar{A})} = x = P(A)$$

Nach dem **Satz von Bayes** gilt:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$



Grafik: Dr. W. Zettlmeier

### Dunkelfeldforschung mit der Randomized-Response-Technik

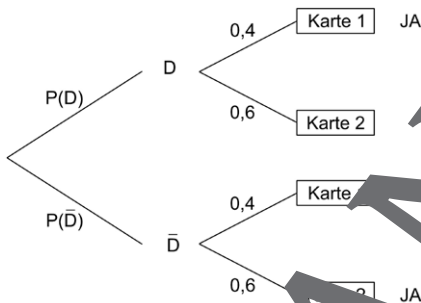
Die Dunkelfeldforschung, die aus den USA kommt, versucht durch Befragungen den Anteil der nicht erfassten Kriminalfälle (**Dunkelziffer**) zu ermitteln. Das ist aber sehr aufwendig, sodass es in Deutschland bis jetzt tatsächlich nur wenige Studien dazu gibt. Wenn man Menschen zu sozial unerwünschten Verhaltensweisen oder Einstellungen befragt, kann man davon ausgehen, dass viele nicht wahrheitsgemäß antworten und deshalb der Anteil der Menschen mit diesen Eigenschaften mindestens stark unterschätzt wird. Davon sind viele kleine Dunkelfelder betroffen wie zum Beispiel **Drogenkonsum, Gewalt in Beziehungen** oder auch der hier thematisierte **Ladendiebstahl**.

Bei der **Randomized-Response-Technik** sorgt eine Zufallsverschlüsselung dafür, dass die Einstellung des Einzelnen geschützt ist, eine Gruppenauswertung der befragten Stichprobe aber dennoch möglich ist. Dies soll hier am Beispiel einer Befragung zum Ladendiebstahl verdeutlicht werden. Der Kriminologe fragt nicht: „Haben Sie schon einmal einen Ladendiebstahl begangen?“, sondern lässt die Befragten aus einem Stapel von **20 4-Karten mit Frage 1 und 6 Karten mit Frage 2** eine Karte ziehen. Dann bittet er das Gegenüber um eine ehrliche Antwort auf die gezogene Frage.

Auf Karte 1 steht „Ist es richtig, dass Sie schon einmal einen Ladendiebstahl begangen haben?“, was ein Ladendieb wahrheitsgemäß mit JA beantworten müsste. Die zweite Frage „Ist es richtig, dass Sie noch nie einen Ladendiebstahl begangen haben?“ müsste dagegen der Nicht-Dieb mit JA beantworten. Der Kriminologe kann also aus der einzelnen Antwort keine Rückschlüsse ziehen, weil er nicht weiß, welche Karte der Befragte bezogen hat.

Es sei  $X(\text{JA})$  der Anteil der JA-Sager in der Stichprobe. Die Abschätzung von  $P(\text{D}) \cdot x$  erfolgt nun über  $X(\text{JA}) = x \cdot 0,4 + (1-x) \cdot 0,6$ .

Durch Umformung erhält man  $x = \frac{X(\text{JA}) - 0,6}{-0,2}$ .



© RAABE 2021

Grafik: Dr. W. Zettlmeier

Man erkennt zwei Probleme, beide wurden in der Unterrichtsreihe thematisiert:

1. Ist  $X(\text{JA}) \geq 0,6$ , antworten also mehr als mindestens 60 % der Befragten mit JA, so ist die Berechnung nicht möglich, weil sich für  $P(\text{D})$  ein negativer Wert ergibt. Diese Gefahr ist umso geringer, je größer die Stichprobe ist.
2. Die Wahrscheinlichkeit  $P(\text{D})$  kann durch den Anteil der JA-Sager in der Stichprobe ( $X(\text{JA})$ ) abgeschätzt werden. Dass dieser Schätzer erwartungstreu ist, soll hier nicht thematisiert werden, kann aber bei Meyer [2] nachgelesen werden. Große Zufallsabweichungen können durch relativ große Stichproben vermieden werden.

Durch die Wahl geeigneter Parameter (z. B. das Verhältnis der Kartenanzahlen 1 und 2) kann man die Streuung der Schätzwerte verkleinern. Dies kann aber zulasten der Anonymität gehen, wie man mit  $P(\text{D}|\text{JA})$  und/oder  $P(\bar{\text{D}}|\text{INEIN})$  zeigen kann.

## Die Simulationsdateien

Zur Simulation größerer Stichproben gibt es im Archiv mehrere Dateien.

Die Datei **diebe1\_einfach.xls** ist schon ab Excel 97 und auch mit OpenOffice CALC lauffähig. In die gelben Felder gibt man zunächst den Stichprobenumfang  $n$ , die Anzahl der Karten 1 und 2 sowie den tatsächlichen Anteil der Diebe  $p$  ein. Danach wird durch die Programmierung für jede Person aus der Stichprobe festgelegt, ob sie ein Dieb ist oder nicht (in Spalte D), und die Ziehung einer Karte (Spalte E) zusammen mit der entsprechenden Antwort (Spalte F) simuliert. Im grünen Feld A7 wird zusätzlich noch der Anteil der Diebe in der Stichprobe angegeben, weil  $n \cdot p$  nicht unbedingt eine natürliche Zahl ergibt. In G8 und G9 finden Sie die Anzahl der JA-Stimmungen und die Schätzung für  $P(D)$ . Die Simulation lässt sich durch Drücken von F9 beliebig oft wiederholen.

Die Datei **diebe1\_einzeln.xlsm** ist z. T. mit Visual Basic realisiert und enthält Funktionen, die erst mit Excel 2010 lauffähig sind. Das Excel-Makros enthält, müssen Sie unter Datei → Optionen → Sicherheitscenter → Einstellungen für Sicherheitscenter → Einstellungen für Makros „alle Makros mit Benachrichtigung reaktivieren“.

Dann können Sie nach Start der Datei mit einem Klick aktivieren. Die Alternative „alle Makros aktivieren“ ist auch möglich, wird aber aus Sicherheitsgründen von Microsoft nicht empfohlen.

Die Eingaben in der Datei sind genauso wie in **diebe\_einfach.xls**. Zusätzlich werden in einem Häufigkeitsdiagramm die klassierten Daten für  $P(D)$  (Klassenbreite 0,01) dargestellt. Zu Beginn der Simulation drücken Sie einmal den Button **Reset**, der die Anzahl der Simulationen auf Null setzt und die alten Ergebnisse löscht. Dann fügen Sie mit Klick auf **neue Simulation** jeweils das Ergebnis einer Simulation hinzu. Unter dem Diagramm werden noch das arithmetische Mittel und die Standardabweichung zur besseren Orientierung der Streuung der Daten angegeben. Wenn die Schüler das nicht sehen sollen, setzen Sie die Schriftfarbe einfach auf Weiß.

Die Datei **diebe1\_hundert.xlsm** enthält zusätzlich einen Button, der 100 Simulationen durchrechnet und auf einen Schlag im Häufigkeitsdiagramm darstellt.

**Diebe1\_einfach.xls** und **diebe2\_einzeln.xlsm** sind dagegen für die Hand des Lehrers gedacht, um z. B. auch für ein alternatives Verfahren (siehe **M 3**, Aufgabe 2 und **M 6**) Schätzwerte oder Häufigkeitsverteilungen erstellen zu können.



## M 1 Haben Sie schon einmal geklaut?

Würden Sie gerne öffentlich oder auch bei einer Befragung die oben genannte Frage mit JA beantworten? Sicher nicht. Bei der **Dunkelfeldforschung** geht es darum, den Anteil von Gesetzesverstößen zu ermitteln, die in keiner Kriminalstatistik (Hellfeld) auftauchen, weil sie gar nicht bekannt werden. Kriminologen gehen davon aus, dass – außer bei den schweren Verbrechen – das Hellfeld immer kleiner ist als das Dunkelfeld. Konkret auf dieses Thema bezogen, heißt das, dass weniger als die Hälfte der Ladendiebstähle überhaupt zur Anzeige kommt. Dunkelfeldforschung versucht, die Dunkelziffer zu ermitteln. Da sie wissen, dass Täter nicht wahrheitsgemäß geantwortet wurden, haben sie ein Verfahren entwickelt, das keine Rückschlüsse auf eine einzelne Antwort zulässt, eine Abschätzung des Dunkelfeldes aber aufgrund der Gesamtergebnisse ermöglicht. Diese Methode möchten wir in vereinfachter Form hier durchführen und die mathematischen Hintergründe beleuchten.



### Achtung:

Sie sind eben von mir als **Ladendieb** bzw. **kein Ladendieb** markiert worden. Diese Markierung gilt für die nachfolgenden Simulationen, nicht Ihr Verhalten im tatsächlichen Leben.

**Vorbereitung:** Schneiden Sie in jeder Zweiergruppe die anhängenden JA-Karten und die Fragen-Karten aus. Wir brauchen zunächst nur **einmal Frage 1** und **dreimal Frage 2**. Mischen Sie die vier Karten gut und legen Sie sie verdeckt auf den Tisch. Die JA-Karten legen Sie ebenfalls verdeckt ab, alle übrigen verschwinden zunächst.

### Aufgabe

- Sie arbeiten zu zweit. Zunächst wählt einer der beiden Schüler aus den vier verdeckt liegenden Frage-Karten zufällig eine aus und beantwortet sie wahrheitsgemäß entsprechend seiner Markierung). Wenn er mit JA antworten muss, dreht er die JA-Karte um. Nun verfährt der andere genauso. Der Partner ist jeweils dafür zuständig, dass die Fragekarte zufällig ausgewählt wird. Zum Abschluss werden alle JA-Antworten hochgehalten und gezählt, das Ergebnis wird an der Tafel notiert.
- Wiederholen Sie die Simulation noch neun Mal, alle Ergebnisse (Anzahl der JA-Antworten) werden untereinander an der Tafel notiert.



## M 2 Ja (!) – Karten für die Einstiegsimulation

<b>JA</b>	<b>JA</b>
<b>JA</b>	<b>JA</b>

<p><b>Frage 1:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>schon einmal</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>	<p><b>Frage 1:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>schon einmal</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>	<p><b>Frage 1:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>schon einmal</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>
<p><b>Frage 2:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>noch nie</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>	<p><b>Frage 2:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>noch nie</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>	<p><b>Frage 2:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>noch nie</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>
<p><b>Frage 2:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>noch nie</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>	<p><b>Frage 2:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>noch nie</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>	<p><b>Frage 2:</b> Ist es richtig, dass Sie <u>noch nie</u> einen Ladendiebstahl begangen haben?</p>

## Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



### Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über  
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch  
SSL-Verschlüsselung

**Mehr unter: [www.raabe.de](http://www.raabe.de)**