

Ziehung von Kugeln aus drei Urnen

Günther Weber, Brilon

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© ZEPHYR/DigitalVision/Getty Images Plus

Die Ziehung von farbigen oder mit Ziffern beschrifteten Kugeln aus Urnen ist ein Zufallsexperiment, das sich oft im Stochastik-Unterricht Anwendung findet. Hierbei werden zumeist aus einer Urne Kugeln mit oder ohne Zurücklegen gezogen und die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis bestimmt. Was aber passiert, wenn sich der Inhalt der Urnen wie beim Ziehen ohne Zurücklegen nicht verringert, sondern durch Hinzufügen von einzelnen oder sogar beliebig vielen Kugeln vergrößert wird? Neben den „üblichen“ Aufgaben bei Zufallsexperimenten mit Kugeln wird dies unter anderem mit den Methoden der Analysis im Beitrag untersucht. Zudem können die Lernenden eine dieser Ziehungen mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms simulieren.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek. II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder ins Internet eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Kopien an Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. VZMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden die Rechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Raabe Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Annika und Wolfram
Satz: Raabe Media GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis Titel: ZEPHYR/DigitalVision/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. W. Zettlmeier, Barbing
Lektorat: Maria Hitznauer, Regensburg
Korrektur: Daniela Link, Mönchengladbach

Ziehung von Kugeln aus drei Urnen

Oberstufe (grundlegend)

Günther Weber, Brilon

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing





Hinweise	1
Aufgabenblatt	3
Lösungen	4

Die Schüler lernen:

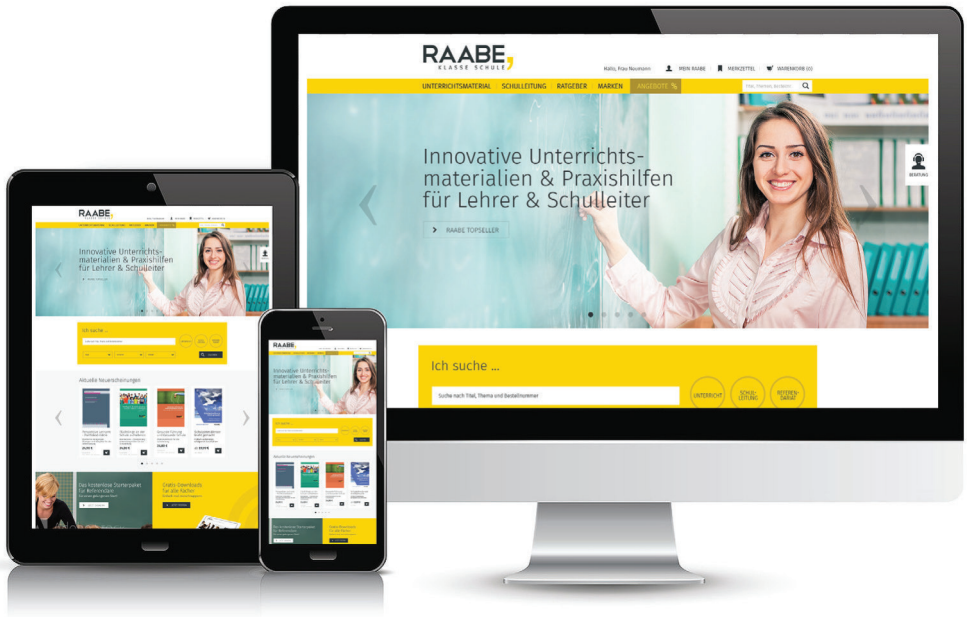
die Pfadregeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in mehrstufigen Zufallsexperimenten in komplexeren Aufgaben einzusetzen. Bevor sie die Pfadregeln anwenden, müssen sie die Wahrscheinlichkeiten am Baum bestimmen, da sich der Inhalt der Urnen vergrößert. Bei den vergrößerten Urneninhalten stellen die Jugendlichen Wahrscheinlichkeitsfolgen auf und untersuchen mit den Methoden der Analysis die Monotonie sowie das Grenzwertverhalten.

M 1 Aufgaben

Eine Urne U1 enthält 5 weiße und 3 schwarze Kugeln, eine Urne U2 4 weiße und 5 schwarze und eine Urne U3 3 weiße und 7 schwarze Kugeln.

1.  Eine der 3 Urnen wird zufällig ausgewählt. Aus dieser Urne werden 7 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nur gleichfarbige Kugeln gezogen wurden.
2.  Aus jeder der 3 Urnen wird zufällig eine Kugel gezogen. Bestimmen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln, und berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der schwarzen Kugeln.
3.  In Urne U1 werden weitere schwarze Kugeln gelegt und anschließend wieder aus jeder der 3 Urnen zufällig eine Kugel gezogen.
 - a) Zeigen Sie, dass hierdurch die Wahrscheinlichkeit, genau keine schwarze Kugel bzw. genau eine schwarze Kugel zu ziehen, streng monoton abnimmt und dass die Wahrscheinlichkeit, genau 2 schwarze Kugeln bzw. 3 schwarze Kugeln zu ziehen, streng monoton zunimmt.
 - b) Bestimmen Sie die minimale Wahrscheinlichkeit, genau keine schwarzen Kugeln bzw. genau eine schwarze Kugel zu ziehen, wenn beliebig viele schwarze Kugeln in U1 gelegt werden können.
 - c) Bestimmen Sie die maximale Wahrscheinlichkeit, genau 2 schwarze Kugeln bzw. genau 3 schwarze Kugeln zu ziehen, wenn beliebig viele schwarze Kugeln in U1 gelegt werden können.
 - d) Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der schwarzen Kugeln, die in U1 gelegt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit genau keine bzw. genau eine schwarze Kugel zu ziehen, genau zwischen ihrer minimalen und maximalen Wahrscheinlichkeit liegt.
 - e) Bestimmen Sie jeweils die Anzahl der schwarzen Kugeln, die in U1 gelegt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit genau 2 bzw. genau 3 schwarze Kugeln zu ziehen, genau zwischen ihrer minimalen und maximalen Wahrscheinlichkeit liegt.
4.  Die Urnen erhalten wieder die ursprüngliche Anzahl von Kugeln. Eine Kugel wird zufällig aus Urne U1 gezogen und in Urne U2 gelegt. Anschließend wird zufällig eine Kugel aus Urne U2 gezogen und in U3 gelegt. Jetzt wird zufällig eine Kugel aus U3 gezogen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die aus U3 entnommene Kugel schwarz ist.

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch
SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de