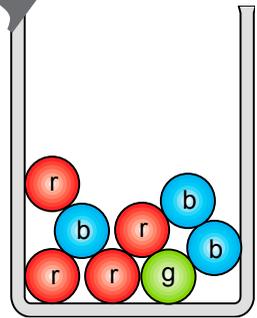


# UNTERRICHTS MATERIALIEN

## Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II



**Ergebnis, Ereignis**

Definitionen, Aufgaben und Klassenarbeitsvorschlag

## Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek. I

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60a UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlag GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH  
Ein Unternehmen der Klett Gruppe  
Rotebühlstraße 77  
70178 Stuttgart  
Telefon +49 711 62900-0  
Fax +49 711 62900-60  
meinRAABE@raabe.de  
www.raabe.de

Redaktion: Schirin Orth  
Satz: Rösel & CIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe  
Illustrationen: Carlo Vöst  
Bildnachweis Titel: Carlo Vöst  
Layout: Dipl.-Math. Dr. rer. Nat. Yvonne Raden

## Ergebnis, Ereignis

Es gibt Experimente, bei denen das Ergebnis sicher ist (kausale Experimente) wie z.B. das Hochwerfen eines Steins, und solche, bei denen das Ergebnis vom Zufall abhängt: *Zufallsexperiment*.

### Definitionen

Ein **Zufallsexperiment (ZE)** liegt vor, wenn gilt:

1. Das Experiment ist beliebig oft unter gleichen Bedingungen durchführbar,
2. Die möglichen Ergebnisse können eindeutig angegeben werden
3. Es ist nicht vorhersehbar, welche der möglichen Ergebnisse des Experiments eintreten.

Den Ausgang eines Zufallsexperiments nennt man **Ergebnis**. Alle möglichen Ergebnisse fasst man zu einer **Ergebnismenge** (oder **Ergebnisraum**)  $\Omega$  zusammen. Die Anzahl der Elemente des Ergebnisraums nennt man die **Mächtigkeit** des Ergebnisraums und schreibt dafür  $|\Omega|$ .

### Beispiele

1. Einmaliges Werfen eines Würfels:  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ;
2. Werfen einer 1 €- und einer 2 €-Münze:

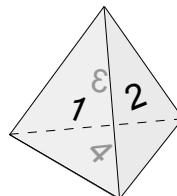
Hier schreibt man die einzelnen Ergebnisse am besten als Tupel, wobei an erster Stelle das Ergebnis der 1 €-Münze und an zweiter Stelle das der 2 €-Münze steht:  $\Omega = \{(W,Z); (Z,W); (Z,Z); (W,W)\}$ ; W: Wappen; Z: Zahl.

Anmerkung: Einzelne Ergebnisse werden grundsätzlich mit  $\omega$  bezeichnet; hier hat man also die Ergebnisse  $\omega_1 = (W,Z)$ ;  $\omega_2 = (Z,W)$ ;  $\omega_3 = (Z,Z)$ ;  $\omega_4 = (W,W)$ .

3. Zweimaliges Werfen des abgebildeten Tetraeders (als geworfen gilt die Zahl, welche nach dem Wurf unten liegt).

Hier kann die Reihenfolge, in der die geworfenen Zahlen auftreten, durchaus wichtig sein, also benutzt man wieder die Tupelschreibweise:

$$\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4)\}$$



**Definitionen**

Werden bestimmte Ergebnisse zusammengefasst, so erhält man ein **Ereignis E**.  
Einelementige Ereignisse werden als **Elementarereignis** bezeichnet.

Man sagt: **Das Ereignis A ist eingetreten**, wenn bei einer Durchführung  
Zufallsexperiments ein Ergebnis aus A auftritt.

Noch einmal zu Beispiel 2:

Werfen einer 1 €- und einer 2 €-Münze:  $\Omega = \{(W, Z); (Z, W); (Z, Z); (W, W)\}$

Beispiele von Ereignissen:

$E_1$ : „genau einmal Zahl“,  $E_1 = \{(W, Z); (Z, W)\}$ ;

$E_2$ : „zweimal Zahl“,  $E_2 = \{(Z, Z)\}$  (Elementarereignis)

**Definition**

Für das sogenannte **Gegenereignis**  $\bar{E}$  eines Ereignisses E gilt:  
Das **Gegenereignis**  $\bar{E}$  tritt genau dann ein, wenn E nicht eintritt.

Zurück zu Beispiel 2:

Werfen einer 1 €- und einer 2 €-Münze:

$E_1$ : „genau einmal Zahl“,  $E_1 = \{(W, Z); (Z, W)\}$ ;

$E_1$ : „beide Münzen gleich“,  $E_1 = \{(Z, Z); (W, W)\}$

**Definitionen**

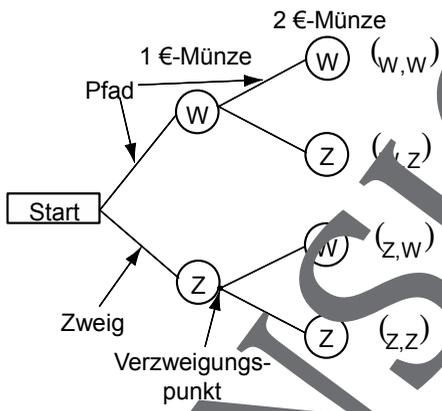
Ein Ereignis E heißt **sicheres Ereignis**, wenn gilt:  $E = \Omega$ ;

Ein Ereignis E heißt **unmögliches Ereignis**, wenn gilt:  $E = \{ \}$ .

Zurück zu Beispiel 2:

Werfen einer 1 €- und einer 2 €-Münze;

Zur Veranschaulichung des ZE dient oft ein sogenanntes **Baumdiagramm**.

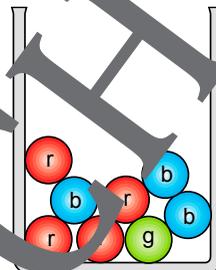


VORANSICHT

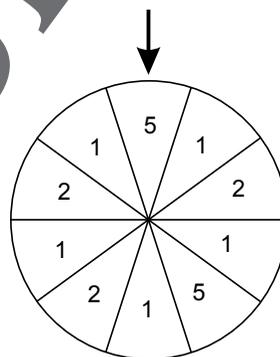
## Aufgabenteil

1. Stelle zu folgenden Zufallsexperimenten jeweils den Ergebnisraum auf:

- 1.1 Ziehen von 2 Kugeln mit einem Griff aus einer (undurchsichtigen) Urne, in der sich 8 bis auf die Farbe nicht unterscheidbare Kugeln befinden, und zwar 4 rote, 3 blaue und 1 grüne Kugel.
- 1.2 Einmaliges Drehen des abgebildeten Glücksrades.
- 1.3 Zweimaliges Drehen des abgebildeten Glücksrades.
- 1.4 Dreimaliges Drehen des abgebildeten Glücksrades.



2. Die vier Schülerinnen Elisabeth (E), Filippa (F), Leonie (L) und Samantha (S) machen ein Wettrennen. Betrachte das Ganze als ZE, das bedeutet, dass jeder Zieleinlauf möglich ist. Jedes Ergebnis soll dann festgelegt sein durch die Reihenfolge, in der diese Schülerinnen die Ziellinie passieren. Gib die Ergebnismenge an.



3. Fünf Schüler: David (D), Elias (E), Jona (J), Lars (L) und Michael (M) wollen ein Schach-Turnier so veranstalten, dass jeder gegen jeden spielen muss. Gib einen passenden Ergebnisraum an.

4. Betrachte wieder das ZE von Aufgabe 1c (zweimaliges Drehen des abgebildeten Glücksrades).

4.1 Gib folgende Ereignisse in Mengenschreibweise (aufzählende Form) an:

- (1)  $A :=$  „Die erste gedreht Zahl ist größer als die zweite.“
- (2)  $B :=$  „Es werden nur ungerade Zahlen gedreht.“
- (3)  $C :=$  „Es werden unterschiedliche Zahlen gedreht.“

4.2 Das Ergebnis des Drehens des Glücksrades ist:  $\omega = (5, 2)$ . Welche der Ereignisse aus Teilaufgabe 4.1 sind dann eingetreten, welche nicht?

### Kompetenzprofil

- Niveau: grundlegend
- Fachlicher Bezug: Stochastik
- Kommunikation: Herangehensweisen erläutern, Lösungsvorschläge darstellen
- Problemlösen: Aufgaben zur Theorie
- Modellierung: Baumdiagramm, grundlegende Experimente der Stochastik
- Medien: Würfel, Münzen, Tetraeder, Oktaeder, Glücksrad, Kugeln in Urne
- Methode: Lehrervortrag, Einzelarbeit, Gruppenarbeit
- Inhalt in Stichworten: Zufallsexperiment, Ergebnis, Ereignis, Definitionen in diesem Zusammenhang

**Autor:** Carlo Vöst

### Lösung

$$1.1 \quad \Omega = \{\{r,r\}; \{b,b\}; \{g,b\}; \{g,r\}; \{b,r\}\}$$

$$1.2 \quad \Omega = \{1, 2, 5\}$$

$$1.3 \quad \Omega = \{(1,1); (1,2); (1,5); (2,1); (2,2); (2,5); (5,1); (5,2); (5,5)\}$$

$$1.4 \quad \Omega = \{(1,1,1); (1,1,2); (1,1,5); (1,2,1); (1,2,2); (1,2,5); \\ (1,5,1); (1,5,2); (1,5,5); (2,1,1); (2,1,2); (2,1,5); \\ (2,2,1); (2,2,2); (2,2,5); (2,5,1); (2,5,2); (2,5,5); \\ (5,1,1); (5,1,2); (5,1,5); (5,2,1); (5,2,2); (5,2,5); \\ (5,5,1); (5,5,2); (5,5,5)\}$$

$$2. \quad \Omega = \{(E, F, L, S); (E, F, S, L); (E, L, F, S); (E, L, S, F); (E, S, F, L); (E, S, L, F); \\ (F, E, L, S); (F, E, S, L); (F, L, E, S); (F, L, S, E); (F, S, L, E); (F, S, E, L); \\ (L, E, F, S); (L, E, S, F); (L, S, E, F); (L, S, F, E); (L, F, E, S); (L, F, S, E); \\ (S, E, F, L); (S, E, L, F); (S, F, E, L); (S, F, L, E); (S, L, E, F); (S, L, F, E)\}$$

$$3. \quad \Omega = \left\{ \begin{array}{l} \{D, E\}; \{D, J\}; \{D, L\}; \{D, M\}; \{E, J\}; \{E, L\}; \{E, M\}; \\ \{J, L\}; \{J, M\}; \{L, M\} \end{array} \right\}$$

$$4.1 \quad (1) \quad A = \{(2,1); (5,1); (5,2)\}$$

$$(2) \quad B = \{(1,1); (1,5); (5,1); (5,5)\}$$

$$(3) \quad C = \{(1,2); (2,1); (1,5); (5,1); (2,5); (5,2)\}$$

4.2 A und C sind eingetreten, B nicht.

4.3 Bei  $\omega = (5,1)$  treten alle drei Ereignisse A, B und C ein, bei  $\omega = (2,2)$  tritt keines der drei Ereignisse ein.

4.4  $D := \{(2,2); (2,5); (5,2); (5,5)\}$ ;  $D :=$  „Die Zahl 1 wird nie gedreht.“

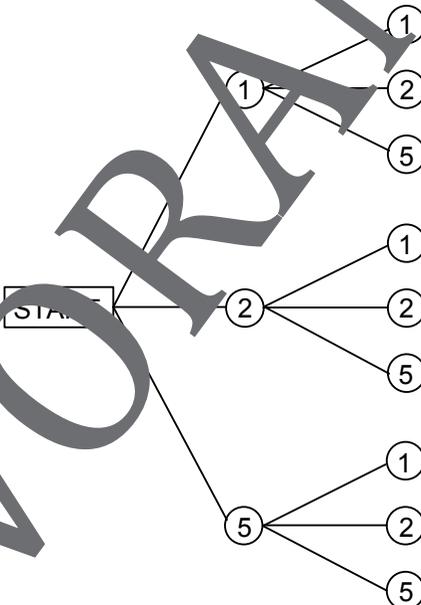
$$E := \{(1,1); (1,3); (1,5); (3,1); (5,1)\};$$

$E :=$  „Die Zahl 1 wird mindestens einmal gedreht.“

$$F := \{(1,2); (2,5)\};$$

$F :=$  „Die Zahlen werden in aufsteigender Reihenfolge gedreht.“

4.5



5.1  $A = \{(1,4); (4,1); (2,5); (5,2); (3,6); (6,3); (4,7); (7,4); (5,8); (8,5)\}$

$B = \{(2,3); (3,2); (2,5); (5,2); (2,7); (7,2); (5,7);$   
 $(7,5); (3,5); (5,3); (3,7); (7,3); (2,2); (3,3); (5,5); (7,7)\}$

$C = \{(5,8); (8,5); (6,7); (7,6); (7,7); (7,8); (8,7); (8,8); (6,8); (8,6)\}$

5.2 Bei  $\omega = (8,5)$  treten A und C ein, B nicht.

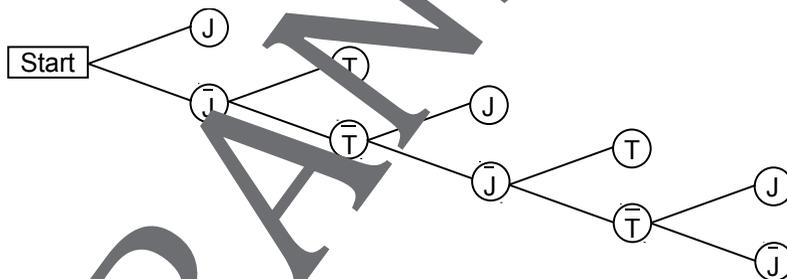
5.3 Weil es kein Ergebnis gibt, das in allen drei Ereignissen gleichzeitig vorkommt.

5.4  $D :=$  „Die Summe der geworfenen Zahlen hat den Wert 10.“

$E :=$  „Die geworfenen Zahlen sind durch 3 teilbar.“

$F :=$  „Das Produkt der geworfenen Zahlen hat den Wert 12.“

6.1



6.2  $A = \{(J), (\bar{J}, \bar{T}), (J, T, J, \bar{T}, J)\}$

$B = \{(J, \bar{T}), (T)\}$

## **Dieses Werk ist Bestandteil der Reihe RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN**

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß §60b UrhWissG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung herunterzuladen, zu speichern und in Klassensatzstärke auszudrucken. Jede darüber hinausgehende Nutzung sowie die Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlags. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig. Darüber hinaus sind Sie nicht berechtigt, Copyrightvermerke, Markenzeichen und/oder Eigentumsangaben des Werks zu verändern.

## Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



### Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über  
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch  
SSL-Verschlüsselung

**Mehr unter: [www.raabe.de](http://www.raabe.de)**