

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II



Lehrplananhang zur Stochastik in der Oberstufe
Wiederholung wichtiger Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit

VORANSICHT

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

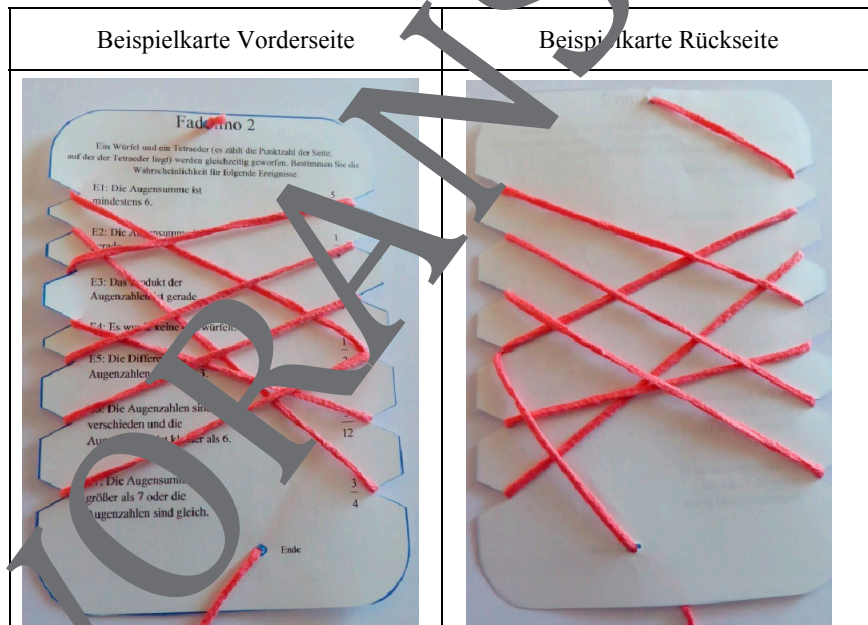
Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-20
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Schirin Orth
Satz: Rösler MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe
Illustrationen: Grotzer, Weber
Bildnachweis Titel: Sebalos/iStock / Getty Images Plus
Lektorat: Mona Hitznauer

Fadinos zur Stochastik in der Oberstufe

Vorbereitung: Die Karte wird laminiert und ausgeschnitten, bei jeder Aufgabe und bei jeder Lösung wird die Markierung herausgeschnitten, so dass ein Loch entsteht. Anschließend wird die Karte oben und unten gelocht. Der Faden wird durch das mittlere "O" des Wortes Fadolino von hinten nach vorn durch die Karte geführt und vorn befestigt.

Durchführung: Der Faden wird auf der Rückseite zur 1. Aufgabe (1. Kerbe von oben) gezogen und in die Kerbe eingehängt. Nun wird die Lösung auf der rechten Seite gesucht, der Faden dort in die Kerbe gezogen. Der Faden wird auf der Rückseite zur 2. Aufgabe (2. Kerbe von oben) gezogen. Auf der Vorderseite wird der Faden dann wieder zur Lösung (Kerbe auf der rechten Seite) fortgeführt usw. Am Ende wird der Faden von der Lösung der letzten Aufgabe durch das Loch beim Wort ‚Ende‘ von hinten nach vorn durch die Karte gezogen.



Anmerkung: Der Fadenverlauf ist nur beispielhaft

Kontrolle: Die Karte wird umgedreht und anhand des Verlaufs des Fadens auf der Rückseite wird kontrolliert, ob die Aufgaben richtig gelöst wurden. Dies geschieht, indem die Karte mit der ausgelegten Lösung verglichen wird. Stimmt der Fadenverlauf nicht mit der Lösung überein, so kann der Faden (teilweise) gelöst und erneut gezogen werden. Bei erneutem falschen Fadenlauf kann die richtige Lösung vom Fadenverlauf übernommen und anschließend überlegt werden, warum dies so ist.

Hinweis: Es kann vorkommen, dass mehrere Aufgaben die gleiche Lösung haben – der Faden wird also mehrmals durch dieselbe Kerbe auf der rechten Seite geführt. Oder das angegebene Lösung nicht vorkommt – es wird also kein Faden durch die Kerbe auf der rechten Seite gezogen.

Einsatz: Der Einsatz der Karten ist vorwiegend zur Wiederholung, zum selbstständigen Lernen oder zur Selbstkontrolle gedacht. Dies geschieht meistens in Einzelarbeit, die Arbeit kann aber auch in Partnerarbeit durchgeführt werden. Denkbar ist auch ein Wettbewerb, sodass mehrere Schüler zusammenarbeiten können.

Vergleichbar mit dem Spiel *Stadt – Land – Fluss* hören alle Schüler der Gruppe auf, wenn der erste Schüler fertig ist. Bei jeder richtigen Antwort bekommt man für die richtige Lösung je Aufgabe eine bestimmte Anzahl von Punkten, evtl. werden Punkte bei falschen Antworten abgezogen.

Die Bearbeitung der Aufgaben sollte (vorwiegend) ohne GTR oder CAS erfolgen. Sie können somit auch als Vorbereitung für die Bearbeitung hilfsmittelfreier Teile bei Klausuren angesehen werden.

Übersicht zu den Karten und den Themengebieten

Karte	Themengebiet
Fadolino 1	Wahrscheinlichkeitsverteilung
Fadolino 2	Laplace Experiment
Fadolino 3	Zufallsexperiment: Ziehen ohne Zurücklegen
Fadolino 4	Erwartungswert und Streuung
Fadolino 5	fares Spiel
Fadolino 6	bedingte Wahrscheinlichkeit
Fadolino 7	Binomialverteilung
Fadolino 8	Normalverteilung

Fadolino 1

Bestimmen Sie p so, dass für das Werfen eines verfälschten Würfels eine Wahrscheinlichkeitsverteilung entsteht.

1	2	3	4	5	6
0,1	p	$\frac{1}{2}p$	$\frac{1}{2}p$	$\frac{2}{3}p$	0,1

$$p = 0,2$$

1	2	3	4	5	6
0,1	$\frac{3}{2}p$	0,15	0,1	p	$\frac{1}{4}p$

$$p = 0,5$$

$$p(1) = p(3) = p(5) = \frac{1}{12}; \quad p = p(2);$$

$$p(4) : p = 3 : 4; \quad p(6) : p = 2 : 3;$$

$$p = \frac{1}{3}$$

1	2	3	4	5	6
0,1	$-0,2$	0,1	$\frac{1}{5}p$	0,15	p^2

$$p = 0,3$$

● Ende

Fadolino 2

Ein Würfel und ein Tetraeder (es zählt die Punktzahl der Seite auf der der Tetraeder liegt) werden gleichzeitig geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse.

E1: Die Augensumme ist mindestens 6. $\frac{5}{8}$

E2: Die Augensumme ist gerade. $\frac{1}{3}$

E3: Das Produkt der Augenzahlen ist gerade. $\frac{3}{8}$

E4: Es wurde keine 4 gewürfelt. $\frac{1}{2}$

E5: Der Betrag der Differenz der Augenzahlen ist 2 oder 3. $\frac{7}{12}$

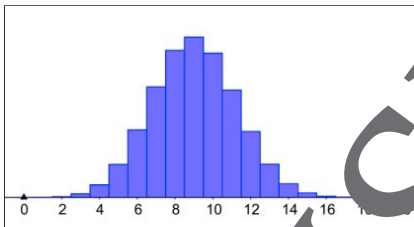
E6: Die Augenzahlen sind verschieden und die Augensumme ist kleiner als 6. $\frac{5}{12}$

E7: Die Augensumme ist größer als 7 oder die Augenzahlen sind gleich. $\frac{3}{4}$

● Ende

Fadolino 7

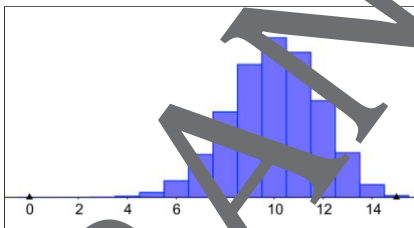
Ordnen Sie den Diagrammen, die jeweils eine Binomialverteilung zeigen, die passenden Parameter n (Anzahl der Ziehungen) und p (Wahrscheinlichkeit für einen Treffer) zu.



$$n = 20; p = 0,5$$

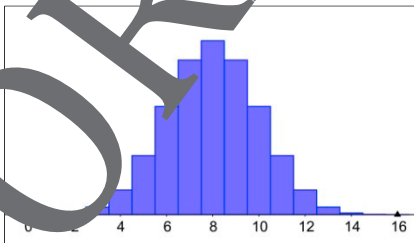
$$n = 20; p = 0,5$$

$$n = 16; p = 0,5$$



$$n = 18; p = \frac{5}{9}$$

$$n = 15; p = \frac{2}{3}$$



$$n = 20; p = 0,45$$

$$n = 18; p = 0,5$$

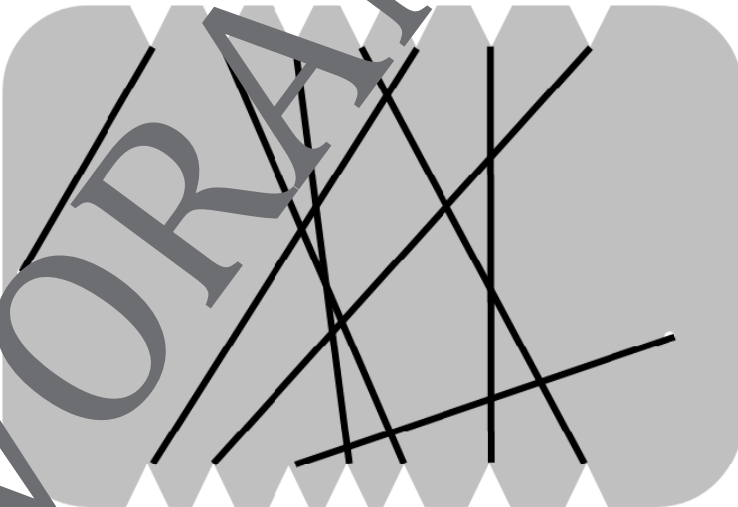
$$n = 24; p = \frac{1}{3}$$

● Ende

Rückseite Fadolino 1



Rückseite Fadolino 2



Kompetenzprofil

- Niveau: grundlegend
- Fachlicher Bezug: Stochastik
- Kommunikation: Vermutungen äußern; Ergebnisse vorstellen
- Problemlösen: –
- Medien: Fadolino-Karten
- Methode: Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit
- Inhalt in Stichworten: Wahrscheinlichkeitsverteilung, Zufallsexperiment mit und ohne Zurücklegen, Erwartungswert, faires Spiel, bedingte Wahrscheinlichkeit, Binomialverteilung, Normalverteilung

Autor: Günther Weber

Lösung**Fadolino 1: Wahrscheinlichkeitsverteilung**

Für die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ eines Ereignisses A gilt: $0 \leq P(A) \leq 1$.

Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Ereignisse des Ergebnisraums ist gleich 1.

$$\text{Kerbe 1: } 0,1 + p + \frac{1}{2}p + \frac{1}{2}p + \frac{1}{3}p + \frac{1}{3}p = 0,1 + 1 = 1$$

$$\frac{8}{3}p = 0,9$$

$$p = 0,3$$

$$\text{Kerbe 2: } 0,1 + \frac{3}{2}p + 0,15 + 0,1 + p + \frac{3}{4}p = 1$$

$$3,25p = 0,65$$

$$p = 0,2$$

Kerbe 3: $\frac{p(4)}{p} = \frac{3}{4} \Rightarrow p(4) = \frac{3}{4}p$

$$\frac{p(6)}{p} = \frac{2}{4} \Rightarrow p(6) = \frac{2}{4}p$$

$$\frac{1}{12} + p + \frac{1}{12} + \frac{3}{4}p + \frac{1}{12} + \frac{1}{2}p = 1$$

$$2,25p = \frac{3}{4}$$

$$p = \frac{1}{3}$$

Kerbe 4: $0,1 + (p - 0,2) + 0,1 + \frac{1}{5}p + 0,15 + p^2 = 1$

$$p^2 + 1,2p - 0,85 = 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-1,2 \pm \sqrt{1,2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-0,85)}}{2} = -0,6 \pm \sqrt{0,36 + 0,85}$$

$$p_1 = -0,6 + 1,1 = 0,5; p_2 = -0,6 - 1,1 = -1,7 \notin D$$

Fadolino 2: Laplace Experiment

Das gleichzeitige Werfen eines Würfels und eines Tetraeders kann als zweistufiger Zufallsversuch aufgefasst werden, bei dem alle Ergebnisse (Elementarereignisse) des Ergebnisraumes Ω gleichwahrscheinlich sind (Laplace-Experiment). Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A erhält man, indem man die Mächtigkeit von A durch die Mächtigkeit von Ω teilt.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}}$$

Anmerkung: Die Lösung kann auch mithilfe eines zweistufigen Baumdiagramms erfolgen.

Kerbe 1: $P(E1) = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$

		Würfel					
		1	2	3	4	5	6
Tetraeder	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6

Kerbe 2: $P(E2) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

		Würfel					
		1	2	3	4	5	6
Tetraeder	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6

Kerbe 3: $P(E3) = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

		Würfel					
		1	2	3	4	5	6
Tetraeder	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6
	1/4	1	2	3	4	5	6

Kerbe 4: $P(E_4) = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

		Würfel		1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		1	2	3	4	5	6		
1/4	Tetraeder	1	2	3	4	5	6		
	1	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	2	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	3	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
1/4	4	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24

Kerbe 5: $P(E_5) = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$

		Würfel		1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		1	2	3	4	5	6		
1/4	Tetraeder	1	2	3	4	5	6		
	1	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	2	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	3	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
1/4	4	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24

Kerbe 6: $P(E_6) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

		Würfel		1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		1	2	3	4	5	6		
1/4	Tetraeder	1	2	3	4	5	6		
	1	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	2	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	3	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
1/4	4	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24

Kerbe 7: $P(E_7) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

		Würfel		1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
		1	2	3	4	5	6		
1/4	Tetraeder	1	2	3	4	5	6		
	1	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	2	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
	3	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24
1/4	4	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24	1/24