

# UNTERRICHTS MATERIALIEN

## Analytische Geometrie Sek. II

### **Buchstaben mathematisch betrachten**

Lebensweltbezogenes Unterrichtslicht herstellen

### **Die Suche nach dem richtigen Partner**

Wiederholen wichtiger Themen effektiv gestalten

### **Quadrate und Dreiecke**

Altbekannte Figuren neu entdecken

### **Aufgaben rund um Rechtecke**

Elementare Eigenschaften wiederholen

### **Weltliche Dekoration mathematisch betrachtet**

Berechnungen an einem Stern

### **Altes neu entdeckt**

Flächen, Winkelhalbierende und Mittelsenkrechte vektoriell berechnet

### **Dichte Verpackung**

Wie ordnet man optimal Zylinder in einem Karton an?

## Schreiben von Buchstaben im Raum

Umrahmt man die Großbuchstaben des Alphabets und betrachtet die Breite und Höhe der Rahmen, so können die Buchstaben in mehrere Gruppen eingeteilt werden.

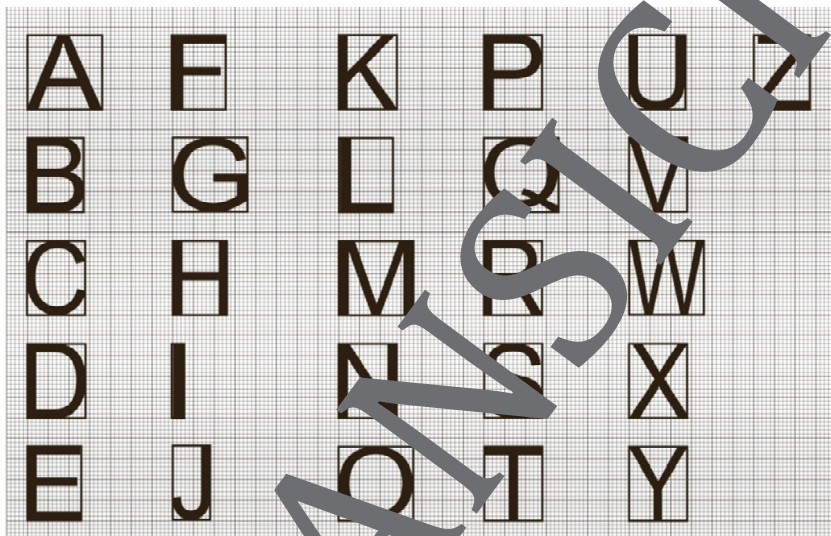


Abb. 1

Gruppe 1: Die Buchstaben werden von einem Quadrat begrenzt. Zu dieser Buchstabengruppe gehören die Buchstaben **A, G, M, O, Q** und **W**.

Gruppe 2: Die Buchstaben werden von einem Rechteck begrenzt, dessen Breite  $\frac{3}{4}$  der Höhe ist. Zu dieser Buchstabengruppe gehören die Buchstaben **B, C, D, F, E, H, I, L, N, O, R, S, T, U, V, X, Y** und **Z**.

Der Buchstabe **J** ist ungefähr halb so breit wie hoch, beim Buchstaben **I** ist die Breite ungefähr  $\frac{1}{6}$  der Höhe.

Einige der Buchstaben sollen auf einer quadratischen Tafel dargestellt werden. Die Eckpunkte dieser quadratischen Tafel sind  $A(0|0|0)$ ,  $B(0|10|0)$ ,  $C(-6|10|8)$  und  $D(-6|0|8)$ .

- Zur Konstruktion des Buchstabens A sind die Hilfspunkte  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  notwendig.  $A_1$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{CD}$ ,  $A_2$  ( $A_3$ ) teilt die Strecke  $\overline{AA_1}$  ( $\overline{AA_2}$ ) im Verhältnis 3 : 5.

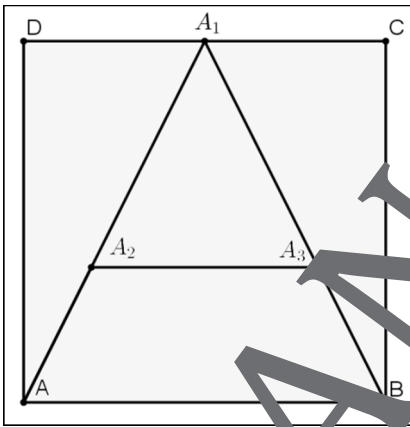


Abb. 2

- Berechnen Sie die Koordinaten der Hilfspunkte  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$ .
- Geben Sie die Gleichung der Strecken  $\overline{AA_1}$ ,  $\overline{BA_1}$  und  $\overline{A_2A_3}$  an.
- Berechnen Sie die Gesamtlänge des Schriftzugs des Buchstabens A.
- Berechnen Sie die Größe des Winkels an der Spitze des Buchstabens A.

2. Zur Konstruktion des Buchstabens G sind die Hilfspunkte M,  $G_A$  und  $G_E$  notwendig. M ist der Mittelpunkt des Quadrates und  $G_E$  der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{BC}$ .  $G_A$  ist der Schnittpunkt der Diagonalen  $\overline{AC}$  und dem Kreis um M mit dem Radius  $\overline{MG_E}$ .

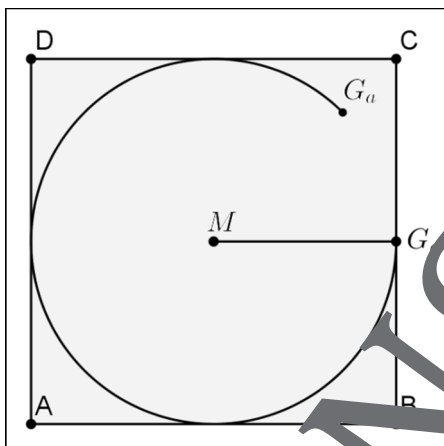


Abb. 3

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte M und  $G_E$ .

- b) Zeigen Sie, dass alle Punkte X mit  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \cdot \sin(t) \\ 5 \cdot \cos(t) \\ 4 \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$  in der durch

die Punkte A, B und C gebildeten Ebene liegen und auf einem Kreis um M mit dem Radius  $\overline{MG_E}$  liegen.

(Hinweis: Es gilt:  $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ )

- c) Bestimmen Sie die Koordinaten von  $G_A$ .

- d) Berechnen Sie die Länge des Schriftzugs des Buchstabens G.

3. Die umrandete Figur für den Buchstaben B ist das Rechteck  $AB_R C_R A$ , dessen Breite  $\frac{3}{4}$  der Höhe ist.

Zur Konstruktion des Buchstabens B sind die Hilfspunkte  $M_1$  und  $M_2$  der beiden Kreisbögen notwendig.

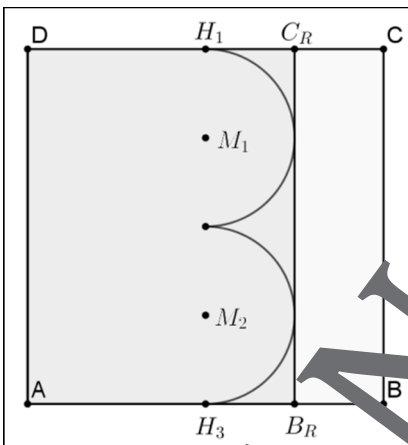


Abb. 4

- a) Begründe, dass der Mittelpunkt  $M_1$  des oberen Kreisbogens die Koordinaten  $(-4,5|5|6)$  hat.
- b) Alle Punkte des Kreises, auf dem der obere Kreisbogen liegt, erfüllen die

$$\text{Bedingung } \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \cdot p \cdot \sin(t) \\ 5 \cdot p \cdot \cos(t) \\ 4 \cdot p \cdot \sin(t) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $p > 0$  und beschreiben Sie, wie man  $\vec{x}$  aus der Kreisgleichung für den Buchstaben G herleiten kann.

- c) Der untere Kreisbogen kann durch Verschiebung aus dem oberen Kreisbogen hergeleitet werden. Geben Sie die Verschiebung und die Kreisgleichung für den Kreis, auf dem der untere Bogen liegt, an.

## „Dichte Verpackungen“ – optimale Anordnung von Kreisen in Rechtecken

Ein Unternehmen stellt zylinderförmige Dekorationsartikel her. Diese sollen auf verschiedene Arten verpackt werden. Um die Größe der benötigten Verpackung ermitteln zu können, wird die Grundfläche betrachtet.

1. Welche Maße muss eine Verpackung mit rechteckiger Grundfläche haben, um Zylinder mit einem Radius von  $r = 1$  m verpacken zu können (Anordnung siehe Abb. 1)?

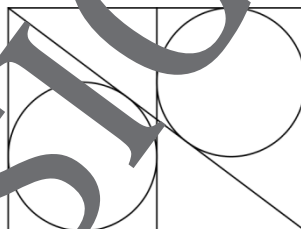


Abb. 1

2. Durch die Diagonale und die Vertikale wird die Verpackung nicht optimal ausgenutzt. Aus diesem Grund wurde eine andere Anordnung der Kreise gewählt (siehe Abb. 2). Wie breit muss eine Verpackung der Länge 3 m mindestens sein, damit in ihr zwei Kreise in der abgebildeten Anordnung mit Radius 1 m Platz haben?

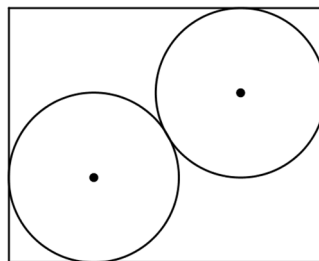


Abb. 2

3. a) Welche Kantenlänge  $a$  muss eine quadratische Verpackung haben, wenn auf die skizzierte Art (siehe Abb. 3) vier Zylinder mit dem Radius 1 m Platz haben sollen?

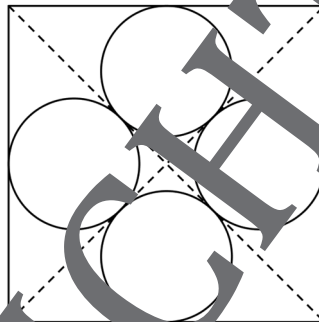


Abb. 3

- b) Der nicht genutzte Platz soll durch fünf weitere Kreise (vier größere und ein kleinerer) teilweise aufgefüllt werden. Um wie viel Prozent verbessert sich die Platzausnutzung?

**Hinweise**

- a) Für den kleinen Kreis: Betrachten Sie das Dreieck  $MM_1M_2$ .
- b) Für die vier größeren Kreise: Betrachten Sie die Dreiecke  $MAB$  und  $PQR$ . Leiten Sie daraus zwei Bedingungen her; eine für den Radius  $r$  der vier Kreise und eine für  $x = |PQ|$ .

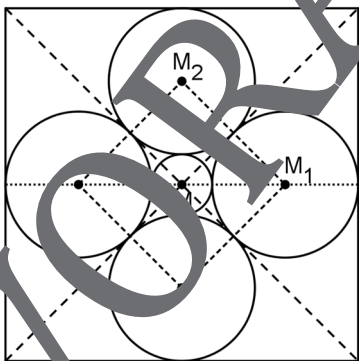


Abb. 4

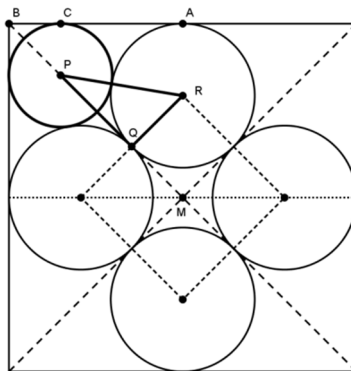


Abb. 5

# Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.  
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online  
14 Tage lang kostenlos!

[www.raabits.de](http://www.raabits.de)

