

## II.A.48

### Analysis

# Mit Ableitungen umgehen und Ableitungsregeln anwenden

Nach einer Idee von Diana Hauser



© seksan Mongkhonkhamsoo/Moment

Ein Aspekt der Leitidee „Funktion und Zusammenhang“ ist es, dass die Lernenden die Grundidee der Differentialrechnung verstehen und mit Ableitungen umgehen können. Dabei ist es zentral, dass sie die Ableitung an einer Stelle als Tangentensteigung interpretieren, die Ableitungsfunktion als funktionale Beschreibung der Ableitung an beliebigen Stellen erklären und die Ableitungsregeln beherrschen. Diese thematischen Schwerpunkte greift diese Unterrichtseinheit auf und bietet anschauliches und anregungsreiches Material zum Lernen und Festigen.

#### KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: Sek II

Dauer: 3 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Inhalt: Differentialrechnung, Ableitung, Tangentensteigung, Ableitungsfunktion, Ableitungsregeln, Potenzregel, Summenregel, Faktorregel, Kettenregel, Produktregel



## Auf einen Blick

Planung für 3 Stunden

### Erarbeitung

M 1 Ableitungsfunktion graphisch erstellen und verstehen

Benötigt:  Smartphone/Laptop/Tablet/Computer  
 Internetzugang oder GeoGebra-App und -Lizenzen

### Ergebnissicherung

M 2 Spickzettel: Ableitungsregeln

### Übung

M 3 Ableitungsfunktion: Ganze rationale Funktionen

M 4 Ableitungsfunktion: Trigonometrische Funktionen

M 5 Ableitungsfunktion: Wurzelfunktion

### Ergebnissicherung

M 6 Merkmale und Definitionen der Ableitung

### Vertiefung

M 7 Verknüpfung von Funktionen

### Lösung







Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 15.

## Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1	Ableitungsfunktion graphisch erstellen und verstehen
M 2	Spickzettel: Ableitungsregeln
M 3	Ableitungsfunktion: Ganzrationale Funktionen
M 4	Ableitungsfunktion: Trigonometrische Funktionen
M 5	Ableitungsfunktion: Wurzelfunktionen
M 6	Merkmale und Definition der Ableitung

## Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.		
	einfaches Niveau		mittleres Niveau
	Zusatzaufgaben		Alternative
			LearningApp

## M 1



## Ableitungsfunktion graphisch erstellen und verstehen

### Aufgabe

Öffnen Sie die GeoGebra-Datei <https://raabe.click/ggb-IIA48-M1>.

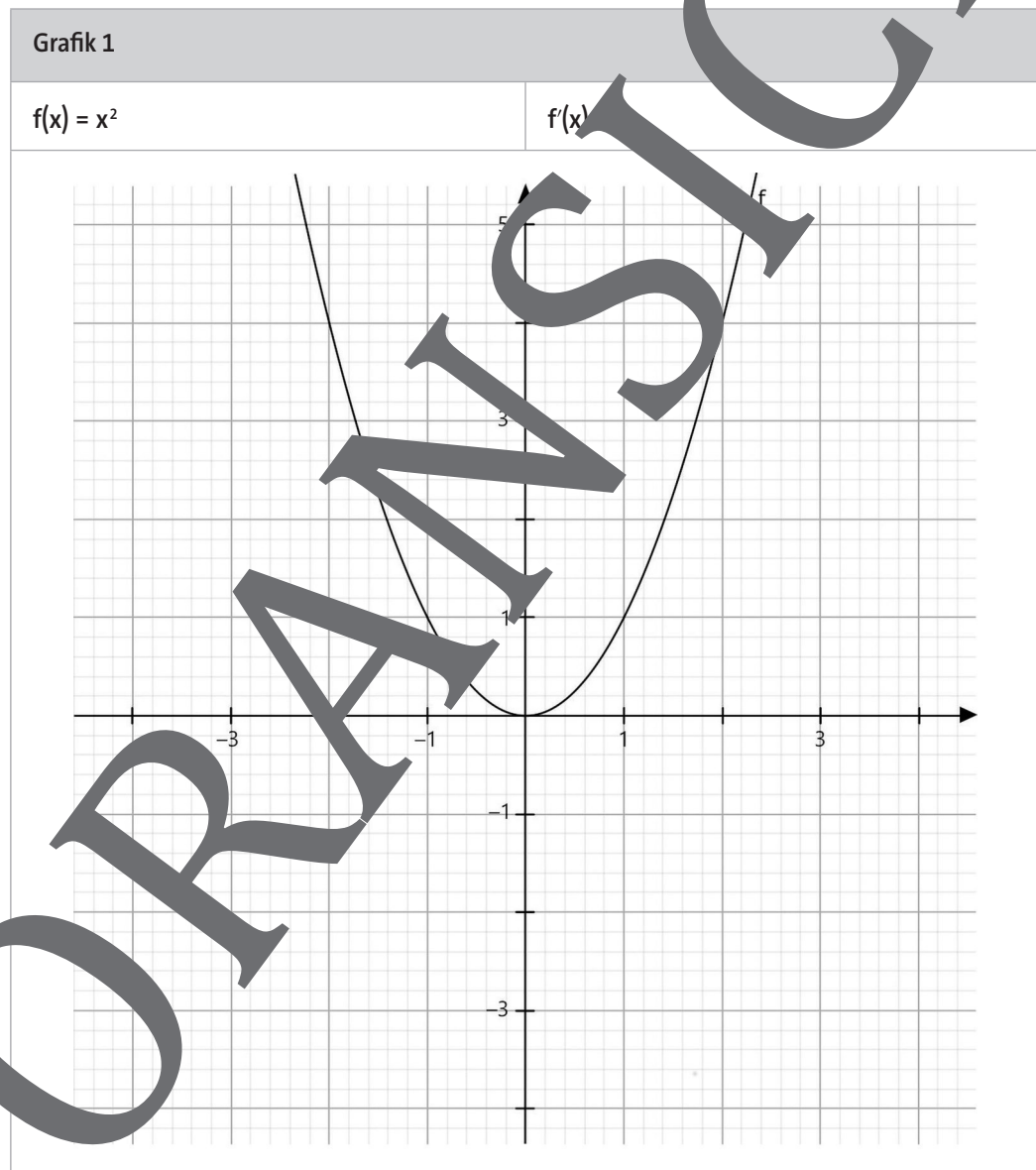
**Bewegen** Sie den Schieberegler. Mit diesem können Sie die Stelle  $x$  variieren, an der die Tangente den Graphen berührt.

**Betrachten** Sie die Steigung an dieser Stelle.

**Tragen** Sie die Werte als Punkte mit den Koordinaten  $(x|m)$  in das dafür hier vorgezeichnete Koordinatensystem ein.

**Zeichnen** Sie in beiden Grafiken durch die Punkte geeignete Funktionskurven.

**Notieren** Sie jeweils, welche ganzrationale Funktion sich für die Ableitung ergibt.

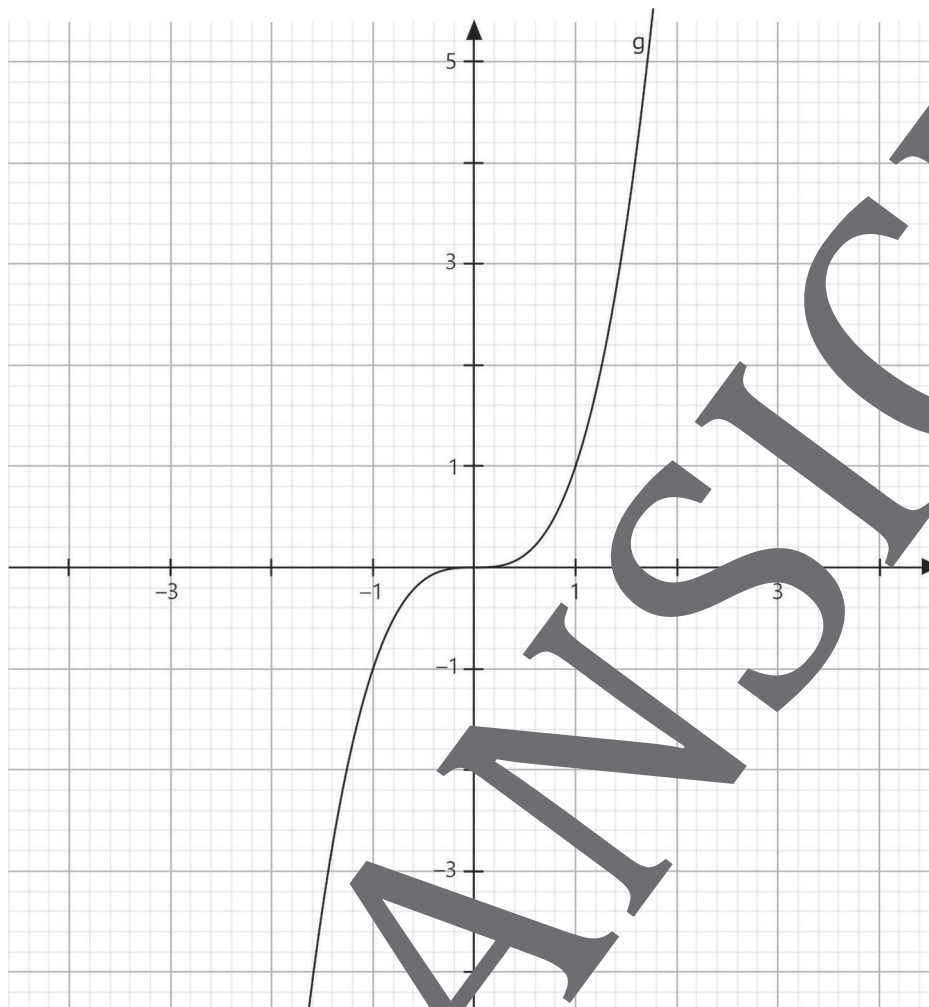


Grafik: Diana Hauser

Grafik 2

$g(x) = x^3$

$g'(x) =$



Grafik: Diana Hauser

**Tipp**

Sie verstehen das nicht ganz? Sie können sich dieses Erklärvideo an:  
<https://raabe.click/graphisches-ableiten>



## M 2

## Spickzettel: Ableitungsregeln

So geht's:

**Nutzen** Sie diese Tabelle als Spickzettel.

**Falten** Sie das Blatt dazu an der gestrichelten Linie.

**Legen** Sie es mit der Vorderseite nach oben neben sich.

**Entfalten** Sie es nur, wenn Sie wirklich nicht weiterkommen.

Vorderseite	Rückseite
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
Faktorregel $f(x) = r \cdot g(x)$	$f'(x) = r \cdot g'(x)$
Kettenregel $f(x) = h(g(x))$	$f'(x) = h'(g(x)) \cdot g'(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$
Potenzregel $f(x) = x^r$	$f'(x) = r \cdot x^{r-1}$
Summenregel $f(x) = g(x) + h(x)$	$f'(x) = g'(x) + h'(x)$
Produktregel $f(x) = g(x) \cdot h(x)$	$f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$

**Aufgabe**

Überprüfen Sie, ob Sie alle die Regeln können, indem Sie diese LearningApp bearbeiten:

<https://learningapps.org/watch?v=pmhv9djt324>



# Ableitungsfunktion: Ganzrationale Funktionen

M 3



## Aufgabe 1

Ordnen Sie Funktion und Ableitungsfunktion zu.

I $f(x) = -2x^2$	II $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x$	III $f(x) = -3x^2 - 2$	IV $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2x$
a $f'(x) = -6x$	b $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2$	c $f'(x) = \frac{3}{2}x + 2$	d $f'(x) = -4$

## Aufgabe 2

Merle hat für  $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 - \frac{3}{2}x$  die Ableitung gebildet:  $f'(x) = -\frac{4}{2}x^4 + 5x^2 - \frac{3}{2}$

Korrigieren Sie und beschreiben Sie ihre Fehler.

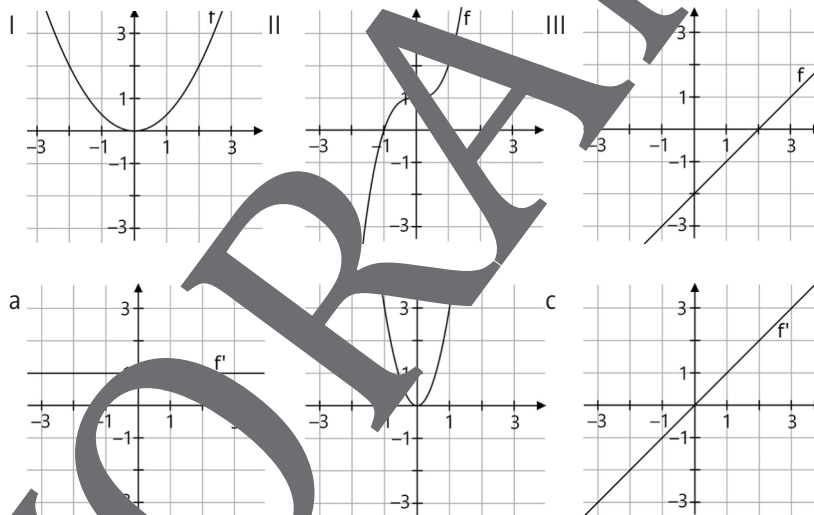
## Aufgabe 3

Bilden Sie die Ableitung.

- a)  $f(x) = 8x^3 + 12$       b)  $f(x) = 13x^3 - \frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{5}$       c)  $f(x) = -4x^4 + 2,5x^3 - x + 3$

## Aufgabe 4

Ordnen Sie die Graphen von Funktion und Ableitungsfunktion zu.



Grafiken: Diana Ha...

M 4



## Ableitungsfunktion: Trigonometrische Funktionen

### Aufgabe 1

Ordnen Sie Funktion und Ableitungsfunktion zu.

I	$f(x) = -\sin(x)$	II	$f(x) = 2\cos(x)$	III	$f(x) = -\frac{1}{2}\sin(x)$	IV	$f(x) = \frac{1}{2}\cos(x)$
a	$f'(x) = -\cos(x)$	b	$f'(x) = -\frac{1}{2}\cos(x)$	c	$f'(x) = -\frac{1}{2}\sin(x)$	d	$f'(x) = -2\sin(x)$

### Aufgabe 2

Lynn hat für  $f(x) = -\frac{1}{3}\cos(x) + 5\sin(x) + x$  die Ableitung  $f'(x)$  gebildet:

$$f'(x) = -\frac{1}{3}\sin(x) + 5\cos(x) + x.$$

Korrigieren Sie und beschreiben Sie ihre Fehler.

### Aufgabe 3

Bilden Sie die Ableitung.

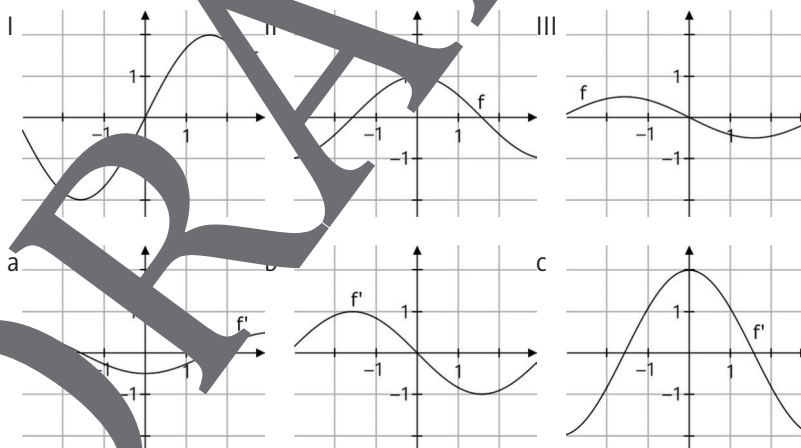
$$f(x) = 0,5\cos(x) - \sin(x)$$

$$f(x) = 3x^2 + \sin(x)$$

$$f(x) = 4\sin(x) - 2\cos(x) + 3$$

### Aufgabe 4

Ordnen Sie die Graphen von Funktion und Ableitungsfunktion zu.



Grafiken: Diana H. User



## Ableitungsfunktion: Wurzelfunktionen

M 5



### Aufgabe 1

Ordnen Sie Funktion und Ableitungsfunktion zu.

I	$f(x) = 2\sqrt{x}$	II	$f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x}$	III	$f(x) = 2 + \sqrt{x}$	IV	$f(x) = \sqrt{x} - 3x$
a	$f'(x) = \frac{1}{6\sqrt{x}}$	b	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	c	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	d	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 3$

### Aufgabe 2

Tom hat für  $f(x) = 4\sqrt{x} + 2x^2$  die Ableitung gebildet:  $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + 2x$ .

Korrigieren Sie und beschreiben Sie seine Fehler.

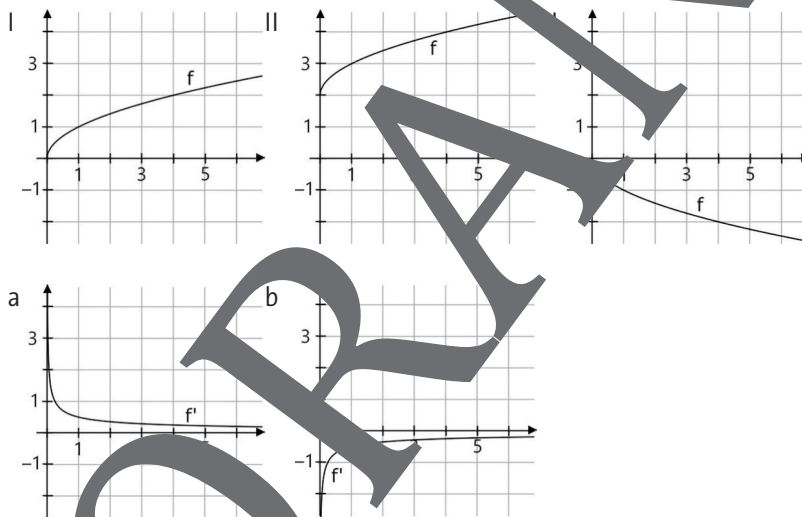
### Aufgabe 3

Bilden Sie die Ableitung.

a)  $f(x) = 0,5\sqrt{x}$       b)  $f(x) = \sqrt{x} + 4x$       c)  $f(x) = 8\sqrt{x}$

### Aufgabe 4

Ordnen Sie die Graphen von Funktion und Ableitungsfunktion zu.



Grafiken: Dietrich Hauser

# Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.  
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online  
14 Tage lang kostenlos!

[www.raabits.de](http://www.raabits.de)

