

I.D.69

Geometrie

Mathematisches Argumentieren und Beweisen mit dem Höhensatz

Marc Eßer



© RAABE 2024

© colourbox

Dass die Mathematik über das bloße Anwenden und Ausrechnen auch Argumentieren bedeutet, rückt immer wieder in den Hintergrund. In dieser Unterrichtseinheit beschäftigen sich die Lernenden anhand eines Tunnelkonstruktionsproblems mit dem Höhensatz des Euklids. Dabei wird das Problemlösen sowie das Beweisen in den Mittelpunkt des Kompetenzerwerbs gestellt. Eine hohe Aktivierung der Lernenden wird durch Differenzierung, Entdeckung und digitale Elemente erreicht.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 9
Dauer: 2 Unterrichtsstunden
Inhalt: Höhensatz
Kompetenzen: mathematisch argumentieren (K1), kommunizieren (K6)

GeoGebra

Auf einen Blick

Planung für 2 Stunden

Einstieg

M 1 Problemstellung: Konstruktion eines Tunnels

Erarbeitung

M 2 Geometrischer Beweis des Höhensatzes durch Legen

M 3 Algebraischer Beweis des Höhensatzes mithilfe des Satzes von Pythagoras

Ergebnissicherung

M 4 Die Formulierung des Höhensatzes

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 10.

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau
	Zusatzübung		Alternative		Download

M 1

Problemstellung: Konstruktion eines Tunnels

Stellt euch vor, ihr seid in einem Architekturbüro tätig und sollt einen Tunnel konstruieren, sodass eine Busse mit 4,20 m Höhe in den Tunnel fahren können. Am Rand soll jeweils 1 m Fußweg eingeplant werden. Der Tunnel soll halbkreisförmig sein. Wie breit muss dann die Fahrbahn sein?

Skizze des Tunnels



Verändert nach: A-Digit/Digital Vision

Aufgaben 1

- Vervollständige die Skizze mit den dir bekannten Informationen. Überlege dir dabei auch, welche mathematischen Formeln, Sätze dir hier weiterhelfen könnten (bspw. Dreiecke, Rechte Winkel, ...).
- Vergleiche deine Skizze mit der Skizze der Person, die neben dir sitzt.
- Besprecht eure Skizzen gemeinsam in der Klasse.

Aufgabe 2

- Beweise den Höhensatz $h^2 = p \cdot q$ entweder geometrisch (M 2) ODER durch das Sortieren der algebraischen Beweisschritte und mithilfe des Satzes von Pythagoras (M 3).
Formuliere den Höhensatz mithilfe von M 4.

Aufgabe 3

Berechne nun mithilfe des Höhensatzes $h^2 = p \cdot q$ die Breite der Straße.

Aufgabe 4

Beweise die andere Möglichkeit.



M 3

Algebraischer Beweis des Höhensatzes mithilfe des Satzes von Pythagoras

Aufgaben

1. **Schneide** die Beweisschritte aus.
2. **Ordne** die Beweisschritte in eine sinnvolle Reihenfolge und **fülle** die Lücken aus.



Beweis des Höhensatzes mithilfe des Satzes von Pythagoras

Wir wollen beweisen, dass $h^2 = p \cdot q$ in einem rechtwinkligen Dreieck gilt.

Es ist bekannt, dass $p + q = c$.

Mithilfe des Satzes von _____ ist außerdem bekannt, dass

Im Dreieck ABC gilt:
 $c^2 = a^2 + b^2$

Im Dreieck ADC gilt:
 $b^2 = q^2 + h^2$

Im Dreieck CDB gilt:
 $a^2 = p^2 + h^2$

Ersetze a, b, c im Satz des Pythagoras, sodass nur noch h, p, q übrig bleiben

$$(p + q)^2 = h^2 + p^2 + q^2 + h^2$$

$$\Leftrightarrow p^2 + 2 \cdot p \cdot q + q^2 = 2h^2 + p^2 + q^2 \quad | -q^2 - p^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot p \cdot q = 2h^2 \quad | : 2$$

Die Höhe h_c teilt die Seite c in die Abschnitte p und q , sodass das rechtwinklige Dreieck ABC in zwei kleinere ebenfalls rechtwinklige Dreiecke (ADC, CDB) geteilt wird.

VORANSICHT

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

