

II.C.23

Stochastik

Wahrscheinlichkeit anhand des Dodekaeders – Würfelglück in *Dungeons & Dragons* und Co.

Nach einer Idee von Günther Weber

Mit Illustrationen von Mona Hitzeneauer



© Foto: Tim Ives/Netflix

Pen-&Paper-Rollenspiele wie *Dungeons & Dragons* erfreuen sich bei Jugendlichen großer Beliebtheit. Als das Spiel der „Nerds“ findet es diverse populäre Verweise beispielsweise in den Serien *Stranger Things* oder *The Big Bang Theory*. Würfel sind hier ein Ausführen von Aktionen von entscheidender Bedeutung. Anders als bei Würfelspielen wie *Mensch ärgere Dich nicht* existieren dabei mehr und vielfältigere Würfel als nur der sechsseitige. Damit wird die Wahrscheinlichkeit für bestimmte Ereignisse noch interessanter. Dieser Beitrag motiviert daher mit einem hohen Grad an Schülerorientierung und vielfältigen Aufgaben speziellen Fokus auf den 12-seitigen Würfel, den Dodekaeder.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:

Sek. II

Dauer:

3 Unterrichtsstunden (Minimalplan 1)

Inhalt:

Mengenoperationen bei Ereignismengen, Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Übergangsdia-

Kompetenzen:

gramm und Übergangsmatrix, Bernoulli-Experiment, faires Spiel
mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und
technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Bi = Bildimpuls; Tk = Tippkarte; Tx = Text

Planung für 2–3 Stunden

Einstieg

M 1 (Bi) *Dungeons & Dragons, Stranger Things, Bing Bang Theory* und das entscheidende Würfelglück



- Benötigt:**
- Ggf. Computer/Beamer/Whiteboard für Videos
 - OH-Projektor bzw. Dokumentenkamera/Beamer/Whiteboard
 - Folienkopie bzw. digitale Fassung von **M 1**

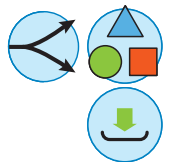
Erarbeitung/Ergebnissicherung

M 2 (Ab, Tx) Würfel bei *Pen-&Paper*-Rollenspielen

M 3a (Ab) Bastelvorlage Dodekaeder

M 3b (Ab) Bastelvorlage Dodekaeder

- Benötigt:**
- Ggf. Würfel (W4, W6, W8, W10, W12, W20, W100)
 - Schere, Kleber, Papier
 - Ggf. GeoGebra-Datei, Beamer/Whiteboard/Notebook



Übung

M 4 (Ab) Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anhand des Dodekaeders

M 5 (Tk) Spickzettel

- Benötigt:**
- Handy/Computer/Notebook
 - Ggf. Würfel zur Anschauung
 - Taschenrechner



Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 23.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für eine Stunde mit den folgenden Materialien:



M 1 (Bi)

Dungeons & Dragons, Stranger Things, Bing Bang Theory und das entscheidende Würfelglück

M 2 (Ab, Tx)

Würfel bei *Pen-&Paper*-Rollenspielen

M 4 (Ab)

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anhand des Dodekaeders
gezielt ausgewählte Aufgaben/Aufgaben als Hausaufgabe



Benötigt:

- Ggf. Handy/Computer/Notebook/Beamer/Whiteboard für Videos und *LearningApps*
- OH-Projektor bzw. Dokumentenkamera/Beamer/Whiteboard
- Folienkopie bzw. digitale Fassung von M 1
- Ggf. Würfel zur Anschauung
- Taschenrechner

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.				
	einfaches Niveau		mittleres Niveau		schwieriges Niveau
	Zusatzaufg.		Alternative		<i>LearningApps</i>

Einstieg: *Dungeons & Dragons*, *Stranger Things*, *Big Bang Theory* und das entscheidende Würfelglück

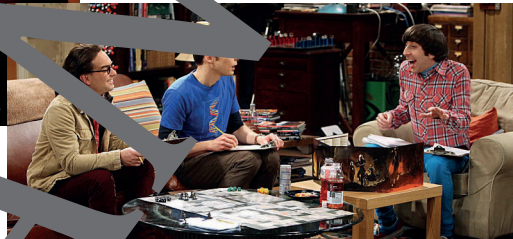
M 1



© Behavior Worldwide Production/Silver Pictures/Sweetpea Entertainment

„*Dungeons & Dragons: Ehre unter Dieben*“ (Erscheinungsjahr 2023) ist ein Fantasy-Abenteuer-Film, der in thematischer Anlehnung an das gleichnamige Rollenspiel produziert wurde.

Das Rollenspiel *Dungeons & Dragons* wurde erstmals 1974 in den Vereinigten Staaten erfolgreich vertrieben und gilt als erstes *Pen-&Paper*-Rollenspiel. Als das Spiel der „Nerds“ wurde es diverse popkulturelle Referenzen beibrachte, wie die Serien *Stranger Things* oder *The Big Bang Theory*.



© Steven V. Silver/CBS



© Tim Ives/Netflix

M 2

Erarbeitung: Würfel bei Pen-&Paper-Rollenspielen

Haben Sie schon mal ein Pen-&Paper-Rollenspiel gespielt?

Dann wissen Sie bestimmt, dass neben „Pen“ und „Paper“ auch Würfel eine besondere Rolle spielen. Anders als beispielsweise beim *Mensch-ärgere-Dich-nicht*-Spiel gibt es hier viel mehr Würfel als den klassischen sechsseitigen. Der wichtigste Würfel in D & D ist der W20, wobei für „Würfel“ steht und die 20 die Anzahl der Seiten angibt. Darüber hinaus zählen auch noch der W12, der W10, der W8, der W6, der W4 und der W100 zum Standard-Repertoire.

W4	W6	W8
		
Tetraeder	Hexaeder	Oktaeder

© colourbox

Die Würfel werden fast jedes Mal verwendet, wenn ein Spielender oder die Spielleitung eine Aktion ausführen will. Man würfelt und wenn die Zahl hoch genug ist, kann die Aktion ausgeführt werden, gut ausgehen, schlecht ausgehen oder verschiedenste Auswirkungen haben. Die Schwierigkeit oder Wahrscheinlichkeit, etwas zu machen, ist direkt mit einem bestimmten Würfel verbunden. Mit dem W20 werden in den meisten Rollenspielen ausgespielt. Meist werden mit einem W6 die Charakter-Attribute zu Anfang des Spiels und der Schaden ausgewürfelt. Auch W4, W8 und W12 dienen der Schadensberechnung.

W10	W12	W20	W100
			
Trapezoeder	Dodekaeder	Ikosaeder	Trapezoeder

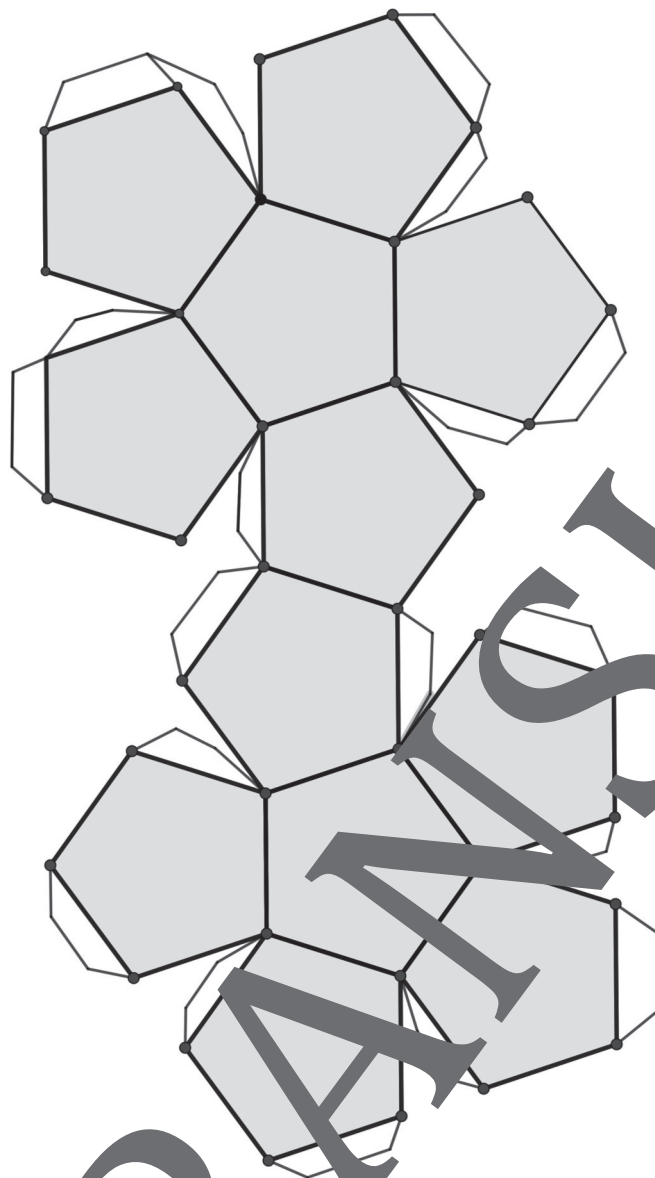
© colourbox

Da man nie genug Würfel für die Schadensberechnung haben kann, kommt mit dem W10 noch einer für diese Funktion hinzu. Doch der Würfel hat eine Besonderheit: Mit ihm wird der Schaden meist prozentual berechnet, behilflich dabei ist ihm der W100. Der W100 hat auf jeder Seite eine gerade Zahl stehen. Zusammen mit dem W10 lassen sich so die 100 % bei einem Wurf erreichen. Neben der prozentualen Schadensberechnung gibt es also auch hier noch viele Einsatzbereiche wie die Aufteilung von Besitztümern im Spiel.

M 3a



Erarbeitung: Bastelvorlage Dodekaeder



Grafik: Anthea Weber

Aufgabe 1

Zeichnen Sie das vorgegebene Netz **aus**.

Falten und **leben** Sie es so, dass ein Dodekaeder entsteht.

Beschriften Sie die Fünfecke mit den Zahlen 1 bis 12 so, dass die Summe der Zahlen gegenüberliegender Fünfecke gleich 13 ist.

Aufgabe 2

Wählen Sie einen weiteren Würfel, dessen Körpernetz Sie **zeichnen** und anschließend **basteln**.

Tipp

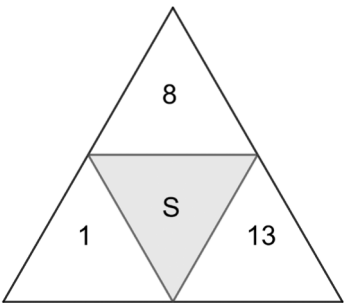
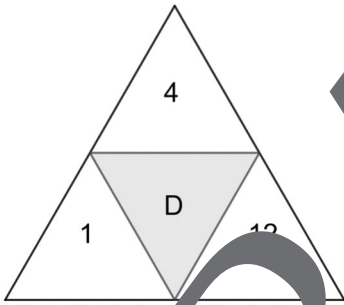
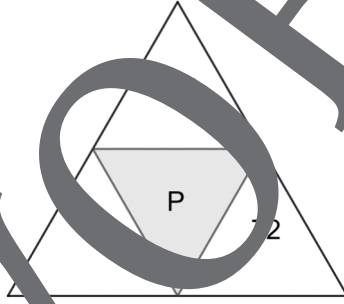
Es ist günstig, schon zu Beginn die Zahlen auf das Körpernetz und nicht erst am Ende auf den fertigen Würfel zu schreiben.



Aufgabe 4

Pauline benutzt zwei faire Dodekaeder, um eine spezielle Art von Bingo, ein sogenanntes Dreiecksbingo, zu spielen. Hierbei ist ein gleichseitiges Dreieck in vier kongruente Dreiecke unterteilt. Im Mittendreieck steht ein „S“, „D“ oder „P“, die drei anderen Dreiecke sind mit Zahlen beschriftet (siehe z. B. Aufgabenteil 4a). Der Buchstabe gibt an, ob die Summe, der Betrag der Differenz oder das Produkt der beiden Zahlen der Dodekaeder gebildet werden soll. Beim Spiel werden die beiden Dodekaeder geworfen und, abhängig vom Buchstaben des „Bingodreiecks“, die Summe, der Betrag der Differenz oder das Produkt gebildet. Stimmt das Ergebnis mit einer der Zahlen auf dem entsprechenden „Bingodreieck“ überein, so wird die Zahl gestrichen. Dies geschieht so lange, bis alle Zahlen gestrichen sind oder eine zuvor festgelegte Anzahl an Würfeln erreicht wurde. Wurden nicht alle Zahlen gestrichen, so gewinnt die Person, die die meisten Zahlen gestrichen hat.

a) **Begründen** Sie, dass man bei folgenden „Bingodreiecken“ nie alle Zahlen strichen kann.

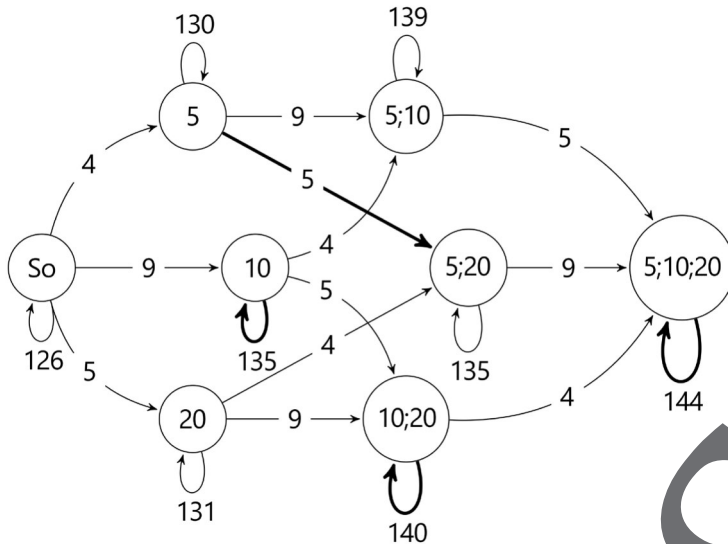
Begründung:	
	
	
	

Grafik: Günter Weber

b) Es sei X die Summe bzw. Y der Betrag der Differenz der beiden geworfenen Dodekaeder.
Bestimmen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für X und Y . **Legen** Sie hierzu auf einem Extra-Blatt entsprechende Tabellen an.

Aufgabe 5

Im nachfolgenden Übergangsdiagramm geben die Zustände die gestrichenen Zahlen und daher auch die Anzahl der gestrichenen Zahlen auf dem Bingodreieck an. Die Wahrscheinlichkeiten an den Übergängen sind Brüche mit dem **Nenner 144**. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde jeweils auf den Nenner des Bruches verzichtet und nur der **Zähler** angegeben.



Grafik: Mona Hitzenauer

a) **Erklären** Sie die Wahrscheinlichkeiten an den fett markierten Übergängen.

b) **Erstellen** Sie die zum Übergangsdiagramm gehörige Übergangsmatrix M und **berechnen** Sie ausgehend vom Startvektor \vec{v}_0 (siehe rechts) die Wahrscheinlichkeit, dass nach genau drei Würfeln keine Zahl, eine Zahl, zwei Zahlen oder drei Zahlen gestrichen wurden.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Ergebnissen aus Aufgabenteil 4c).

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} P_0(\{So\}) \\ P_0(\{5\}) \\ P_0(\{10\}) \\ P_0(\{20\}) \\ P_0(\{5;10\}) \\ P_0(\{5;20\}) \\ P_0(\{10;20\}) \\ P_0(\{5;10;20\}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tippkarte: Spickzettel

M 5



Dodekaeder

Das Dodekaeder
<p>Das Dodekaeder ist ein Körper, der aus 12 regelmäßigen Fünfecken gebildet wird.</p> <p>Das Dodekaeder hat 30 Kanten, 12 Flächen und 20 Eckpunkte.</p> <p>Das Dodekaeder hat einen Mittelpunkt. Er ist das Symmetriezentrum.</p>

Mengenoperationen

Gegenereignis/Komplementärmenge	
<p>Die Komplementärmenge \bar{A} umfasst alle Elemente aus einer gegebenen Ergebnismenge Ω, die nicht zur Menge A gehören.</p>	

Vereinigungsmenge	
<p>Die Vereinigungsmenge $A \cup B$ enthält alle Elemente, die entweder nur zur Ereignismenge A, zu A und gleichzeitig zu B oder nur zur Ereignismenge B gehören. Die Vereinigungsmenge entspricht damit nicht dem sprachlichen ODER.</p>	

Schnittmenge	
<p>Die Schnittmenge $A \cap B$ enthält alle Elemente, die zur Ereignismenge A und zur Ereignismenge B gehören. Die Schnittmenge entspricht damit dem sprachlichen und logischen UND.</p>	

Grafiken: Mona Hitznauer

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de