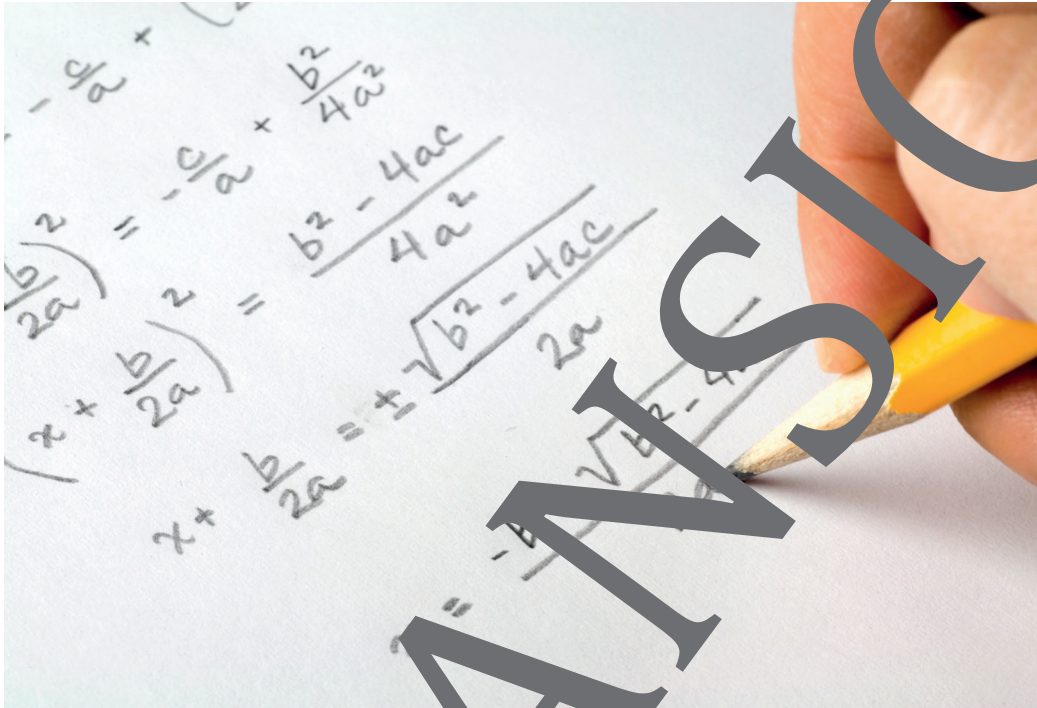


II.A.36

Analysis

Nullstellen ganzrationaler Funktionen – Im hybriden Lernsetting produktiv üben

Ein Beitrag von Marc Eßer



© bluestocking/E+

Dieser Beitrag soll Ihren Schülerinnen und Schülern ein vielschichtiges Verständnis der Nullstellenberechnung mithilfe der p-q-Formel, Mitternachtsformel, Ausklammern, Substitution und höheren Verfahren vermitteln. Das Material enthält Aufgaben des produktiven Übens und sind somit sinnstiftend, entdeckend, kontextiv und selbstdifferenzierend. Das Unterrichtsvorhaben besteht aus einer Kombination aus analogen und digitalen Elementen und ist dadurch gerade auch für ein hybrides Lernsetting geeignet. Weiterhin ermöglicht das Material Ihnen differenziert und individuell auf die Bedürfnisse einzelner Schülerinnen und Schüler einzugehen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	10/11
Dauer:	4 Unterrichtsstunden (Minimalplan 2)
Inhalt:	Nullstellenberechnung, ganzrationale Funktionen
Kompetenz:	Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3)

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Gr = Grafik; Tb = Tabelle

Einstieg

Thema: Wahl des Verfahrens zur Nullstellenberechnung

M 1 (Ab) Die Corona-Impfquote in Deutschland

Erarbeitung

M 2a (Ab) Verfahren zur Nullstellenberechnung

M 3 (Ab) Verfahren zur Nullstellenberechnung quadratischer Funktionen

Ergebnissicherung

M 2b (Tb) Verfahren zur Nullstellenberechnung

Vertiefung

M 4 (Ab) Existenz von Nullstellen

Vorbereitung

M 5 (Ab) Nullstellen quadratischer Funktionen skizzieren und ermitteln

Einstieg

Thema: Funktionsgleichung und graphisches Verhalten an den Nullstellen

M 6 (Ab) Die Funktionsgleichung und das graphische Verhalten an der Nullstelle

Erarbeitung

M 7a (Gr) Graphisches Verhalten an den Nullstellen

Ergebnissicherung

M 7b (Tb) Klassifikation des Verhaltens der Graphen an den Nullstellen



Übung

M 8 (Ab) Nullstellen – innermathematisch und in Sachaufgaben

Vertiefung

M 9 (Ab) Nullstellenberechnung mit Polynomdivision



Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für zwei Stunden mit folgenden Materialien:

- M 1** (Ab) Die Corona-Impfquote in Deutschland
- M 2a** (Ab) Verfahren zur Nullstellenberechnung
- M 2b** (Ab) Verfahren zur Nullstellenberechnung
- M 8** (Ab) Nullstellen – innermathematisch und in Sachaufgaben

Erklärung zu den Symbolen

	Tauchen diese Symbole auf, sind die Materialien differenziert. Es gibt drei Niveaustufen, wobei nicht jede Niveaustufe extra ausgewiesen wird.	
einfaches Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau
	Dieses Symbol markiert Zusatzaufgaben.	
	Dieses Symbol markiert Wichtiges und Merksätze.	
	Dieses Symbol markiert Tipps.	
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen die Lernenden ein Smartphone nutzen sollen.	
	Dieses Symbol markiert Aufgaben, bei denen Videos angesehen werden.	

M 1

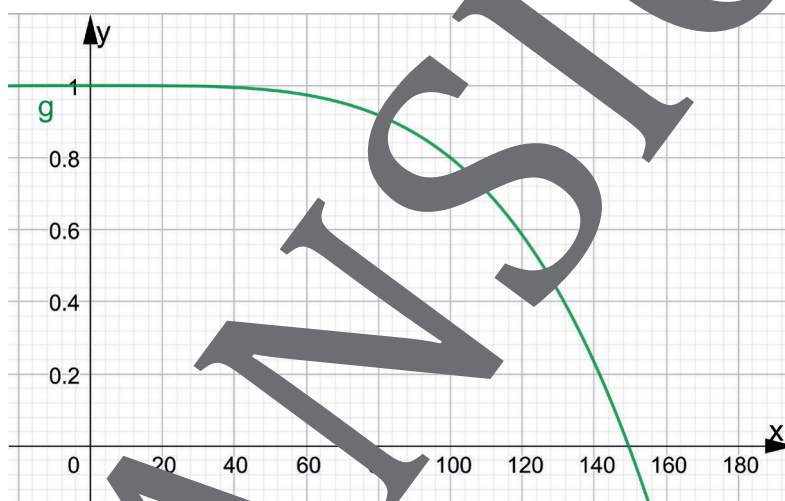
Einstieg: Die Corona-Impfquote in Deutschland

Das Coronavirus hält die Welt auch 2021 fest im Griff. Die Impfstoffe sollen helfen, die Pandemie einzudämmen. Die anhaltenden Einschränkungen und Maßnahmen sind also zeitlich eng verbunden mit der Impfquote in der Gesamtbevölkerung. Ist die Bevölkerung weitestgehend geimpft, hat das Virus weniger Chancen, tödliche Folgen für Menschen zu haben.



© MarsBars/E+

Die folgende Grafik zeigt den Graphen $g(x) = -0.000000002x^4 - 0.000000005x^2 + 1$. Der Graph beschreibt näherungsweise den Anteil der noch nicht geimpften Bevölkerung mit dem Wissensstand vom 26.03.2021. Dabei beschreibt die x-Achse die Zeit seit dem Beginn der Impfungen am 28.12.2020 bis zum 26.03.2021 im Intervall von $x \in [0; 89]$.²



Aufgabe

- Berechnen** Sie den Anteil der nicht geimpften Bevölkerung am ersten Tag zu Beginn der Impfkampagne.
- Erklären** Sie die Bedeutung des Graphen über das angegebene Intervall und darüber hinaus. **Veranschaulichen** Sie sich in die Lage der Menschen, denen Ende März 2021 nur diese Daten vorlagen, und **interpretieren** Sie den Graphen.

Schreiben Sie, welcher Zeitpunkt in diesem Modell von besonderem Interesse ist. **Erklären** Sie die Bedeutung sowohl im mathematischen Zusammenhang als auch in der Realsituation.

Kontrollpunkt

M 1



<http://raabe.click/Kontrollpunkt-M1>

² Die Daten sind dem RKI

www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Daten/Impfquoten-Tab.html (letzter Zugriff 29.03.2021)

und Rainer Radtke in: Statista <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1195116/umfrage/impfungen-gegen-das-coronavirus-in-deutschland-seit-beginn-der-impfkampagne/> \ "professional" (letzter Zugriff 29.03.2021) entnommen.

Erarbeitung: Verfahren zur Nullstellenberechnung

M 2a

Problem: Welche Charakteristika der Funktionsgleichungen weisen auf die Anwendung welcher Verfahren zur Nullstellenberechnung hin?

Aufgabe 1

a) **Markieren** Sie alle Funktionsgleichungen, in denen Sie die Nullstellen im Wesentlichen durch den Einsatz der **PQ-Formel/Mitternachtsformel** berechnen können.

$$f(x) = x^2 + 8x - 6 \quad f(x) = -3x^2 - 12x + 4 \quad f(x) = 1 + (x-3)(x+8)$$

$$f(x) = x^3 + 2x + 3 \quad f(x) = (x^2 - 8)(5x + 2) \quad f(x) = x^2 \cdot (x+1)$$

Hinweis:
Achten Sie darauf, ob Sie p und q direkt oder durch wenige Umformungen ablesen können.

b) **Überprüfen** Sie, ob Ihre Vermutung zur Anwendbarkeit richtig war, indem Sie die Nullstellen von mindestens zwei markierten Funktionsgleichungen **berechnen**.

Tipp

Berechnen Sie insbesondere die Nullstellen der Funktionsgleichungen, bei denen Ihnen die Entscheidung besonders schwergefallen ist.



Aufgabe 2

a) **Markieren** Sie alle Funktionsgleichungen, in denen Sie die Nullstellen **ablesen** können durch die Anwendung des Satzes vom Nullprodukt „**ablesen**“ können.

$$f(x) = (x - 3)(x + 8) \quad f(x) = x \cdot (x+1) \quad f(x) = 1 + (x-3) - (x+8)$$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(x^2 + 8) \quad f(x) = x^3 - x^2 + x \quad f(x) = (x-3)(-x+2,5)^2$$

Satz vom Nullprodukt:
Ein Produkt ist genau dann 0, wenn einer seiner Faktoren 0 ist.

b) **Überprüfen** Sie, ob Ihre Vermutung zur Anwendbarkeit richtig war, indem Sie die Nullstellen von mindestens zwei markierten Funktionsgleichungen **berechnen**.

Tipp

Berechnen Sie insbesondere die Nullstellen der Funktionsgleichungen, bei denen Ihnen die Entscheidung besonders schwergefallen ist.



Aufgabe 3

a) **Markieren** Sie alle Funktionsgleichungen, in denen Sie zur Vereinfachung der Nullstellenberechnung zunächst „**ausklammern**“.

$$f(x) = 2x^2 - 12x \quad f(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 \quad f(x) = \frac{1}{3}x^4 - 9x^2$$

$$f(x) = 3x^2 - 4x^3 \quad f(x) = x^3 - x^2 + x + 4 \quad f(x) = x^2 + x - 1$$

b) **Überprüfen** Sie, ob Ihre Vermutung zur Anwendbarkeit richtig war, indem Sie die Nullstellen von mindestens zwei markierten Funktionsgleichungen **berechnen**.

Tipp

Berechnen Sie insbesondere die Nullstellen der Funktionsgleichungen, bei denen Ihnen die Entscheidung besonders schwergefallen ist.



M 7b

Ergebnissicherung: Klassifikation des Verhaltens der Graphen an den Nullstellen

	Typ I	Typ II	Typ III
Funktion	$f(x) = 3x$	$g(x) = x^2$	$h(x) = x^3$
Skizze			
Nullstelle	$x = \underline{\quad}$	$x = \underline{\quad}$	$x = \underline{\quad}$
Wörtliche Beschreibung des Verlaufs des Graphen an der Nullstelle			
Zusammenhang zwischen dem Verlauf des Graphen an der Nullstelle und der Funktionsgleichung			
Weiteres Funktionsbeispiel			
c) $i(x) = x^3(x-1)(x+5)^2$			
Nullstelle bei	$x_1 = \underline{\quad}$	$x_2 = \underline{\quad}$	$x_3 = \underline{\quad}$
Beschreibe und begründe den Verlauf des Graphen an der jeweiligen Nullstelle an der Funktionsgleichung			

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 4.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Sichere Zahlung per Rechnung,
PayPal & Kreditkarte



Exklusive Vorteile für Abonnent*innen

- 20% Rabatt auf alle Materialien für Ihr bereits abonniertes Fach
- 10% Rabatt auf weitere Grundwerke



Käuferschutz mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de