

Reihe 58 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

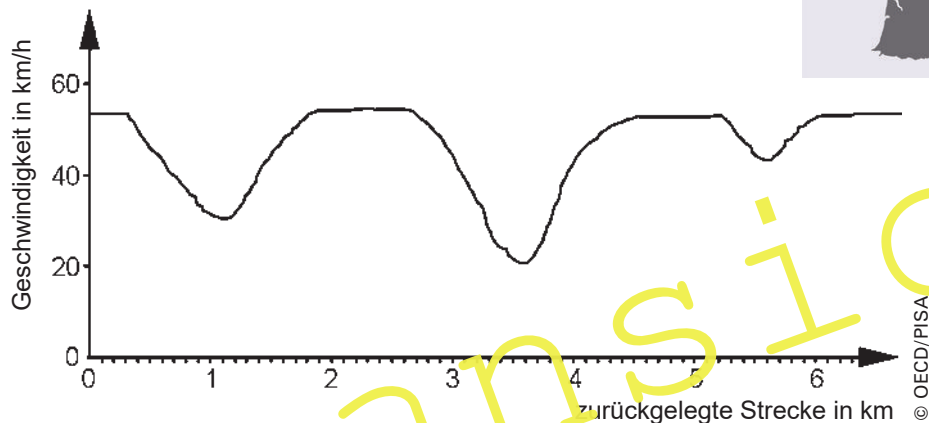
## Eine Grundvorstellung vom Funktionsbegriff entwickeln – ein Konzept für die Praxis (Modul K)

Tom Bauernfeind, Dortmund



© Thinkstock / Hemera

I/C



Der Graph zeigt den Geschwindigkeitsverlauf eines Rennradfahrers bei der Tour de France während einer „fliegenden“ Runde auf den Champs-Élysées in Paris. Quelle der Grafik: [www.mpib-berlin.mpg.de/Pisa/beispielaufgaben.html](http://www.mpib-berlin.mpg.de/Pisa/beispielaufgaben.html).

**Klasse:** 9./10. Klasse

**Dauer:** 4 Stunden

**Inhalt:** Diagnose der Ausprägung der Grundvorstellungen zu Funktionen

Grundsätzliches zum Funktionsbegriff

Darstellungsweisen von Funktionen

Funktionsterme, Funktionsgleichungen

Berechnen von Funktionswerten

Darstellungswechsel

**Ihr Plus:** ✓ komprimiertes Fachwissen

✓ praktikabler Diagnosetest (**CD-ROM 74**)

✓ Module, die im Gesamtkonzept oder aber isoliert einsetzbar sind

✓ insbesondere geeignet für den Förderunterricht

## Didaktisch-methodische Hinweise

### Kovariation – das Verändern zweier Größen miteinander

#### Einführung

Funktionen ordnen einem Wert der Definitionsmenge (x-Wert) eindeutig einen Funktionswert zu. Dies bezeichnet man auch als den Zuordnungsaspekt einer Funktion. Hierbei wird stets geschaut, welcher Wert dem Ausgangswert zugeordnet wird. So wird immer nur eine bestimmte Stelle in den Blick genommen.

Eine Funktion gibt jedoch noch viel mehr Informationen an. In der folgenden Tabelle kann man zum Beispiel ablesen, wie sich die Geschwindigkeit eines Radrennfahrers im Verlauf einer Runde auf einer Rennstrecke verändert.

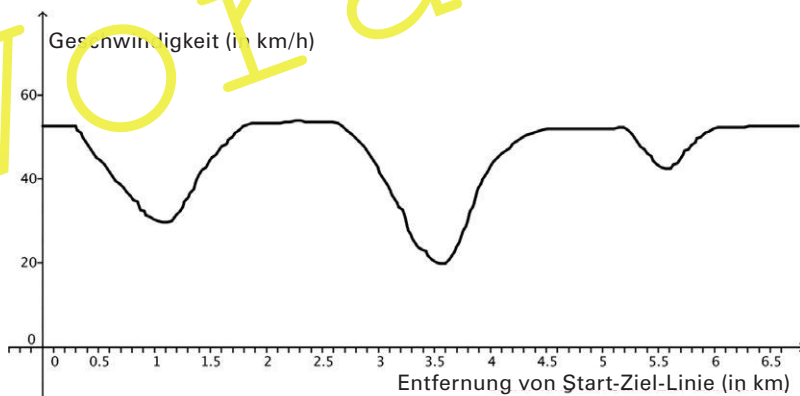
Entfernung vom Start/Ziel (in km)	0	1	2,5	4	6,0
Geschwindigkeit (in km/h)	53	30	55	38	50

Aus dieser tabellarischen Darstellung der Funktion

Entfernung vom Start/Ziel (in km) → Geschwindigkeit (in km/h)

kann man ablesen, dass und wie sich die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Entfernung vom Ziel verändert: Während der Radfahrer beim Durchfahren der Start- und Ziel-Linie eine Geschwindigkeit von 53 km/h erreicht hat, hat er 1,0 km weiter diese auf 30 km/h gesenkt und bereits 2,5 km vom Start entfernt wieder auf 55 km/h beschleunigt usw.

Noch deutlicher werden dieser **Veränderungsaspekt** und die Abhängigkeit der Veränderung der Funktionswerte von der Veränderung der Ausgangswerte, wenn man sich die grafische Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufs eines Rennradfahrers bei der Tour de France während einer „fliegenden“ Runde auf den Champs-Élysées in Paris ansieht:



Man sieht in der Grafik deutlich, wie sich die Geschwindigkeit verändert. Neben den Informationen, die bereits in der Tabelle ablesbar waren, bekommt man durch den Graphen noch viel mehr Informationen. So kann man z. B. aussagen, auf welchem Streckenstück der Rennwagen beschleunigt und auf welchem er abgebremst hat.

Zur weitergehenden Veranschaulichung des Veränderungsaspekts (auch Kovariationsaspekt) von Funktionen öffnen Sie und Ihre Schüler bitte am PC das dynamische Arbeitsblatt „**AB\_Modul\_K.html**“ (CD-ROM 74) und bearbeiten Sie dieses gemäß der enthaltenen Aufgabenstellungen.

Die folgenden Ausführungen fassen die Inhalte des dynamischen Arbeitsblattes zusammen.

<b>Reihe 58</b> S 5	<b>Verlauf</b>	<b>Material</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b>
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

## Auf einen Blick

### Dauer

- je nach Einsatz, ca. 3 Doppelstunden für die Bearbeitung aller vier Module (in diesem Beitrag: nur das dritte Modul K; die Module B und Z finden Sie auf **CD-ROM 74**, das letzte Modul O in einem Folgebeitrag)
- für den **Diagnose-Test (CD-ROM 74)** ca. 40 Min, bei gemeinsamer Auswertung durch die Lernenden ca. 1 Doppelstunde, für das Basismodul ca. 1 Schulstunde

### Stunde 1: Modul K – Kovariationsaspekt von Funktionen

In Stunde 1 erläutern Sie den Zuordnungsaspekt. Wie, das steht im einleitenden Text in den didaktisch-methodischen Hinweisen.

### Stunde 2: Einstieg

Material	Thema
M 1	<b>Einstiegsaufgaben zum Kovariationsaspekt</b> Die Lernenden bearbeiten die Einstiegsaufgaben in Partnerarbeit.

### Stunde 3

Einzelne Schüler tragen im Plenum ihre Lösungen vor. Unklarheiten werden beseitigt. Alle Schüler haben hinterher den gleichen Wissensstand.

### Stunde 4: Vertiefungsaufgaben zur Festigung

Material	Thema
M 2	<b>Vertiefungsaufgaben zum Kovariationsaspekt</b> Die Lernenden bearbeiten die Vertiefungsaufgaben in Einzelarbeit.

### Minimalplan

Je nach Intention, Bedarf oder zeitlichen Aspekten kann dieses Modul isoliert bearbeitet werden. In diesem Falle ist die Bearbeitung in Form von Hausaufgaben oder innerhalb einer Doppelstunde im Unterricht denkbar.

<b>Reihe 58</b>	<b>Verlauf</b>	<b>Material S 1</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b>
-----------------	----------------	-------------------------	------------	----------------	-----------------

## M 1 Einstiegsaufgaben zum Kovariationsaspekt

### Aufgabe 1

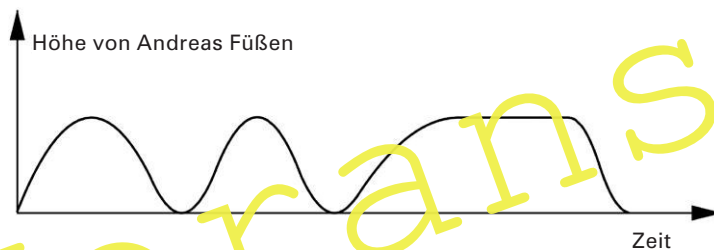
Zeichnen Sie den Graphen einer Funktion in ein Koordinatensystem, für die gilt:

- Für größer werdende Ausgangswerte fällt der Graph bis zur Stelle  $x = -1$ .
- Für größer werdende Ausgangswerte steigt der Graph ab der Stelle  $x = -1$ .
- Der Graph nimmt an der Stelle 0 den Wert 1 an.
- Für größer werdende Ausgangswerte steigt der Graph bis zur Stelle  $x = 1,5$ .
- Ab der Stelle  $x = 1,5$  fällt der Graph für größer werdende Ausgangswerte.
- Der Funktionswert an der Stelle 3 ist gleich 0.



### Aufgabe 2

Andrea und Kai sind auf dem Spielplatz und sitzen dort auf der Wippe. Am Graphen ist die Höhe von Andreas Füßen zu erkennen. Beschreiben Sie den Verlauf sowie den dadurch dargestellten Wippvorgang.

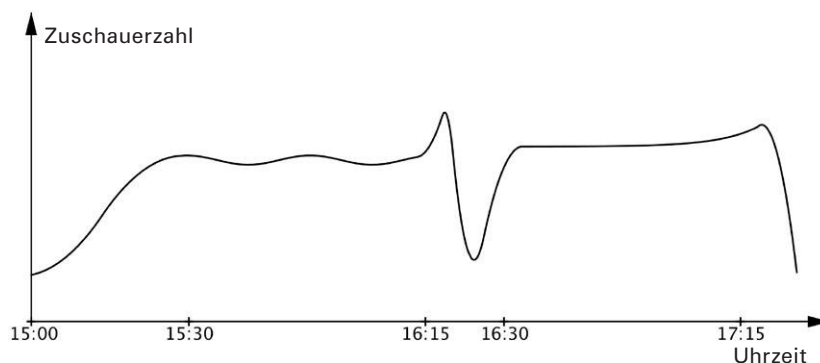


### Aufgabe 3

Ein Privatsender bietet seinen Kunden die Übertragung der Spiele der Fußballbundesliga an. Die Mehrzahl der Spiele eines Spieltages findet gleichzeitig, d. h. mit gleicher Anstoßzeit, gleichen Pausenzeiten sowie etwa gleichen Abpiffzeiten statt. Um die Werbung zu möglichst effektiven Zeiten zu senden und den Werbekunden Zuschauerzahlen zu nennen, wird das Einschaltverhalten der Kunden für die Fußballübertragungen aufgezeichnet.

Im Folgenden sind die Zuschauerzahlen des Topspiels an einem Samstagnachmittag in Abhängigkeit von der Uhrzeit dargestellt.

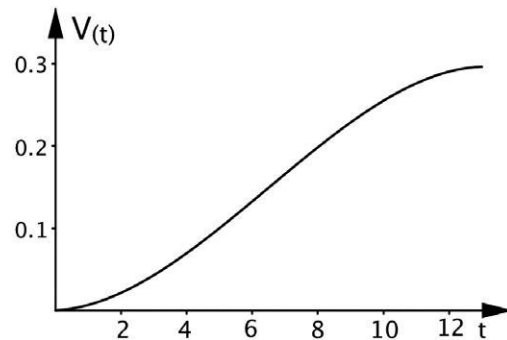
- Wann begann das Fußballspiel? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Eine Halbzeit ist 45 Minuten lang. Wann begann die Halbzeitpause des dargestellten Spiels?
- Wann endete das Spiel?



Reihe 58	Verlauf	Material S 2	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

**Aufgabe 4**

Bei der Fotosynthese produzieren Pflanzen Sauerstoff, der an die Umgebung abgegeben wird. Bei der Beobachtung einer Pflanze über einen Zeitraum von etwa 12 Stunden zwischen Sonnenaufgang um 6 Uhr morgens und Sonnenuntergang um etwa 18 Uhr abends wurde die Menge des produzierten Sauerstoffs gemessen.



Die Messergebnisse wurden im abgebildeten Graphen dargestellt. In diesem gibt t die Zeit nach Beobachtungsbeginn um 6 Uhr in Stunden an.  $V(t)$  gibt die Menge des bis zum jeweiligen Zeitpunkt insgesamt produzierten Sauerstoffs in Litern an.

- a) Wie verändert sich die Menge des produzierten Sauerstoffs im Laufe der Beobachtungszeit?
- b) In welchen Zeiträumen wurde mehr, in welchen weniger Sauerstoff produziert? Woran kann man dies erkennen?

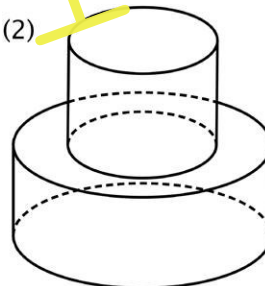
**Aufgabe 5**

In unterschiedlich geformte Gefäße läuft Wasser. Die Menge des hineinfließenden Wassers bleibt stets gleich und ist auch für alle Gefäße gleich. In den Graphen ist die Wasserhöhe in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Ordnen Sie Gefäße und Graphen einander zu.

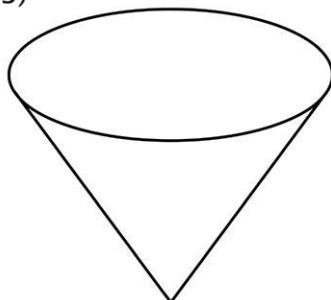
(1)



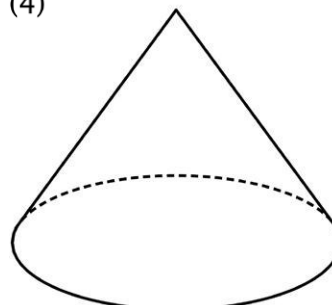
(2)



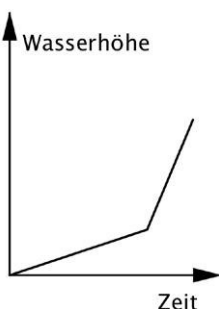
(3)



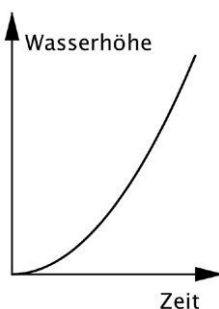
(4)



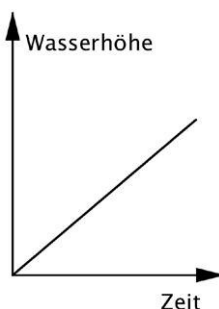
(A) Wasserhöhe



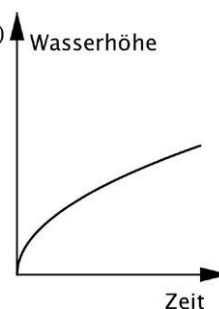
(B) Wasserhöhe



(C) Wasserhöhe



(D) Wasserhöhe



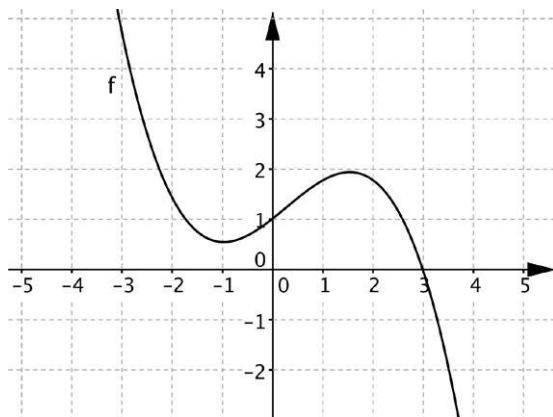
Voranstricht

## Lösungen

### M 1 Einstiegsaufgaben zum Kovariationsaspekt

#### Aufgabe 1

Mögliche Lösung:



I/C

#### Aufgabe 2

Zu Beginn befinden sich Andreas Füße am Boden. Mit Beginn des Wippens entfernen sich diese zunehmend vom Boden, bis Andrea (und damit auch ihre Füße) den höchsten Punkt erreicht haben. Von dort aus kommen die Füße dem Boden wieder näher und die Höhe verringert sich.

Dieses Auf und Ab wiederholt sich.

Beim dritten Mal jedoch lässt Kai Marie länger am höchsten Punkt, was man daran sehen kann, dass sich über ein Zeitintervall (x-Achse) die Höhe (der Funktionswert) nicht ändert.

Dann lässt Kai Andrea wieder schnell herunter (schneller als bei den übrigen Malen), was daran zu erkennen ist, dass der Graph sehr schnell fällt, bis die x-Achse erreicht wird, d. h. daran, dass die Zeit zwischen den Zeitpunkten, zu denen Andreas Füße den höchsten Punkt erreicht haben und wieder den Boden berühren, recht kurz ist (kleines Intervall auf der x-Achse).

#### Aufgabe 3

- Das Fußballspiel begann um 15:30 Uhr, da die Einschaltquote des Topspiels bis zu diesem Zeitpunkt kontinuierlich ansteigt. Die Quote steigt ab 15:00 Uhr – vermutlich weil die Vorberichte laufen und bis zum Spielbeginn mehr und mehr Menschen einschalten.
- Die Halbzeitpause müsste nach 45 Minuten, also um 16:15 Uhr, beginnen. Zu diesem Zeitpunkt steigt die Zuschauerzahl am TV jedoch noch einmal erheblich an. Demnach lief das Spiel auch nach 16:15 Uhr noch – vermutlich infolge einer Nachspielzeit oder einer Spielverzögerung, etwa einer Spielunterbrechung wegen Pyrotechnik o. Ä. Da die Halbzeitpause bei anderen Spielen pünktlich begonnen hat, konnten die Zuschauer nun noch umschalten und die letzten Minuten der ersten Halbzeit des Topspiels ansehen. Die Halbzeit endet ca. 16:20 Uhr, was man am deutlichen Einbruch der Zuschauerzahlen sieht.
- Das Spiel endete ebenfalls verspätet, nach 17:15 Uhr. Wie zum Ende der ersten Halbzeit in b) kommt es infolge des verspäteten Spielendes zu weiteren einschaltenden Zuschauern. Direkt nach Spielende kommt es zu einer erheblichen Zuschauerabnahme – die Menschen schalten um bzw. aus.

## Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



### Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über  
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch  
SSL-Verschlüsselung

**Mehr unter: [www.raabe.de](http://www.raabe.de)**