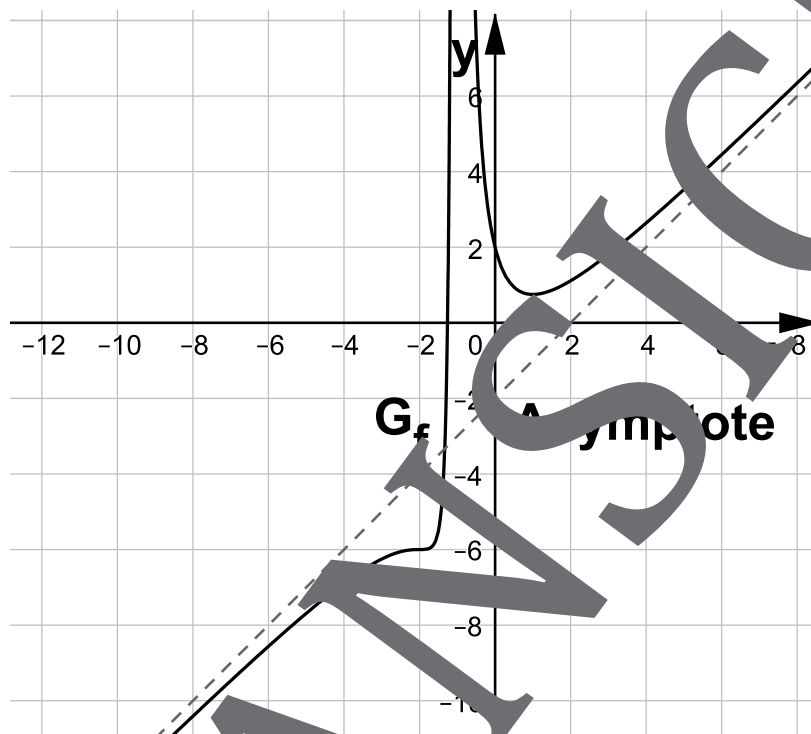


## Wir machen uns fit in Analysis! – Grundlagen (Teil I) und Anwendungen (Teil II)

II A

Walter Czech, Krumbach

Abb. 1: Graph der Funktion  $f(x) = \frac{x^2 - 2}{(x + 1)^2}$  mit Asymptote  $r(x) = x - 2$ **Klasse:** 12 (G 8) und 13**Dauer:** 10 Stunden (Teil I) und 6 Stunden (Teil II)**Inhalt:** Übungen zur Analysis:

Grundlagen der Analysis: Nullstellen von ganzrationalen, gebrochen-rationalen, Logarithmus- und natürlichen Exponentialfunktionen berechnen; maximalen Definitionsbereich bestimmen; Schnittpunkte zweier Graphen bestimmen; Graphen Symmetrie untersuchen; zu einem gegebenen Graphen Funktionsgleichung aufstellen; Graphen strecken und verschieben; Zusammenhang der Graphen von Funktion, 1. Ableitung und Stammfunktion; zu gegebenen Werten einer Funktion und 1. bzw. 2. Ableitung mögliche Graphen finden; aus gegebenen Eigenschaften einer Funktion Funktionsgleichung ableiten; Ableitung und Integration

**Inhalt:**

- ✓ Material zur Abiturvorbereitung
- ✓ Merk-Kästen mit Informationen zum mathematischen Verfahren im Lösungsteil
- ✓ Vorschlag für eine Lernerfolgskontrolle

Sie bereiten Ihre Schüler auf die Abiturprüfung vor? Und Sie haben das Gefühl, dass es da noch immer die eine oder andere Lücke im Analysis-Wissen Ihrer Schüler gibt und dass Ihre Schüler bei algebraischen Grundfertigkeiten immer wieder an denselben Klippen scheitern? Dieser Beitrag schafft da Abhilfe!

<b>Reihe 26</b> S 3	<b>Verlauf</b>	<b>Material</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b>
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

## Auf einen Blick

### Teil I: Einstieg – das Basiswissen wiederholen!

Material	Thema	Stunde
M 1	<b>Frischen Sie Ihr Wissen auf! – Tandembogen</b> Nullstellen von ganzrationalen, gebrochen-rationalen Logarithmus- und natürlichen Exponentialfunktionen berechnen, maximalen Definitionsbereich bestimmen, algebraische Grundübungen	1./2.
M 2	<b>Frischen Sie Ihr Wissen auf! – Wiederholung</b> Schnittpunkte zweier Graphen bestimmen, Graphen auf Symmetrie untersuchen, algebraische Grundübungen	3./4. (HA)

### Üben in Gruppenarbeit (2 verschiedene Gruppen)

Material	Thema	Stunde
M 3	<b>Schaubilder fordern</b> Funktionsgleichung zu einem gegebenen Graphen gesucht, Transformationen (Graphen strecken und verschieben) Zusammenhang zwischen Graphen von Funktion, 1. Ableitung und Stammfunktion	5./6.
M 4	<b>Bleiben Sie fit im Ableiten und Integrieren</b>	7./8.

### Leistungskontrolle

Material	Thema	Stunde
M 5 (LEK)	<b>Haben Sie einen Überblick? – Lernerfolgskontrolle</b> Test zur Selbstkontrolle oder auch Klausurvorschlag	9./10.

### Teil II: Vertiefung des Gelernten

Material	Thema	Stunde
M 6	<b>Funktionen analysieren – Anwendungen</b>	11.–14.
M 7	<b>Ungewöhnliche Aufgaben (2 verschiedene Gruppen)</b>	15./16.

HA = Hausaufgabe

### Minimale

Sie wählen einzelne Aufgaben aus und lassen nur diese bearbeiten.

### Hinweis

Der Beitrag wurde geteilt. Teil II erscheint in EL 96 im September 2018.

## M 2 Frischen Sie Ihr Wissen auf! – Wiederholungsblatt

II A

### Aufgabe 3: Schnittpunkte zweier Graphen bestimmen

In welchen Punkten schneiden sich die Graphen der Funktionen  $f$  und  $g$ ?

- a)  $f(x) = x^2 - 4x; x \in \mathbb{R}; g(x) = x - 4; x \in \mathbb{R};$   
 b)  $f(x) = e^{0,25x}; x \in \mathbb{R}; g(x) = e^{-0,25x+1}; x \in \mathbb{R};$   
 c)  $f(x) = 1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}; x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 $g(x) = \frac{4}{x}; x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 d)  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 1}; x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}; g(x) = 3x - 2; x \in \mathbb{R};$   
 e) Der Graph  $G_f$  der Funktion  $f$  mit

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{(x+1)^2}; x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

hat die schräge Asymptote  $y = x - 2$  (siehe Abb. 1).

Wo schneidet die Asymptote den Graphen  $G_f$ ?

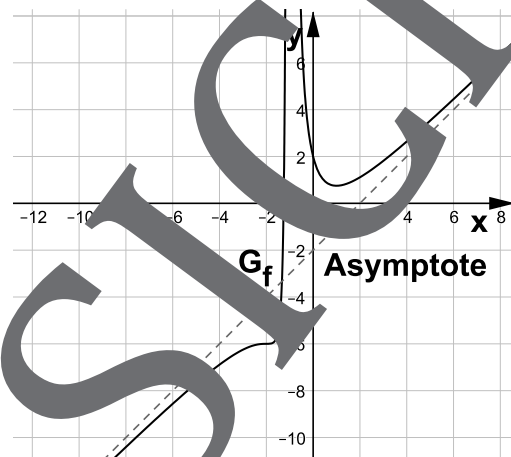


Abb. 1: Skizze (Teil e)

### Aufgabe 4: Graphen auf Symmetrie untersuchen

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Symmetrie:

- a)  $f(x) = (1 - x^2) \ln(x^2); x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 b)  $f(x) = x^5 - 2x^3 + x; x \in \mathbb{R}$   
 c)  $g(x) = x^2 - 4x; x \in \mathbb{R}$   
 d)  $f(x) = \frac{e^{|x|}}{x^2 + 1}; x \in \mathbb{R}$

### Aufgabe 5: Algebraische Grundrechenarten

a) Zeigen Sie:  $\ln(-x^2 + 5x + 10) = \ln(x+2) + \ln(5-x)$ .

b) Es sei  $g_a(x) = \frac{1}{x} + 2 \ln x; x \in \mathbb{R}^+$ . Für welchen Wert von  $a$  gilt:  $g_a\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = 0$ ?

c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung  $\frac{x+1}{x-1} > 0$ .

d) Berechnen Sie:  $\frac{6 \cdot 7^{12} + 2 \cdot 81^9 \cdot 80 \cdot 32^3 \cdot 125^4}{(8\,000\,000)^2 \cdot 9^{19} - 729^6}$ .

e) Gegeben ist die Funktion  $f$  mit:  $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{2(x+2)^2}; x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Zeigen Sie, dass sich die Funktionsgleichung von  $f$  auch darstellen lässt durch

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{2}{(x+2)^2}.$$

**Tipp** Gehen Sie von letzterem Term aus und formen Sie diesen um.

## M 4 Bleiben Sie fit im Ableiten und Integrieren!

### Aufgabe 1: Erste Ableitung gesucht

Bilden Sie die 1. Ableitung der Funktion f.

a)  $f(x) = -5x^2 e^{-3x}; x \in \mathbb{R}$

b)  $f(x) = \sqrt{3x-1}; x \geq \frac{1}{3}$

c)  $f(x) = (x^2 - 2x)e^{0,5x}; x \in \mathbb{R}$

d)  $f(x) = \frac{x}{x-1}; x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

e)  $f(x) = \frac{2x-2}{x^2}; x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

f)  $f(x) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right); x \in \mathbb{R}$

g)  $f(x) = 3x \cdot \sin(2x); x \in \mathbb{R}$

h)  $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{x}; x \in \mathbb{R}_0^+$

### Aufgabe 2: Gleichung einer Tangente

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt P.

a)  $f(x) = \frac{3}{x-2}; P(3; f(3));$

b)  $f(x) = -5x^2 e^{-0,5x}; P(2; f(2));$

c)  $f(x) = 2 \ln(x-3); P(7; f(7))$

### Aufgabe 3: Stammfunktion gesucht

Bilden Sie eine Stammfunktion F von f!

a)  $f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$

b)  $f(x) = 2,5 e^{2x-2}$

c)  $f(x) = \frac{1}{x^3} - \cos(2x)$

d)  $f(x) = 4e^{2x} - \frac{1}{x^2}$

e)  $f(x) = \frac{20x}{x^2-5}$

### Aufgabe 4: Stammfunktion?

Überprüfen Sie, ob F eine Stammfunktion von f ist.

a)  $f(x) = e^x(1+2x); F(x) = xe^{2x}$

b)  $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x); F(x) = (\sin x)^2$

### Aufgabe 5: Extremstellen gesucht

Bestimmen Sie die Extremstellen von f.

a)  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}; x \in \mathbb{D}_f$

b)  $f(x) = \frac{x}{x^2-1}; x \in \mathbb{D}_f$

c)  $f(x) = \frac{e^x}{5(x-1)^2}; x \in \mathbb{D}_f$

### Aufgabe 6: Vom Graphen eingeschlossenes Flächenstück

Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f.

$$f(x) = [\ln(x)]^2 + \ln(x) - 2; x \in \mathbb{R}^+.$$

a) Zeigen Sie, dass F mit

$$F(x) = \frac{1}{3}(\ln^2(x) - \ln(x) - 1)$$

eine Stammfunktion von f ist.

b) Berechnen Sie die Flächenmaßzahl der Fläche, die vom Graphen der Funktion f und der x-Achse eingeschlossen wird.

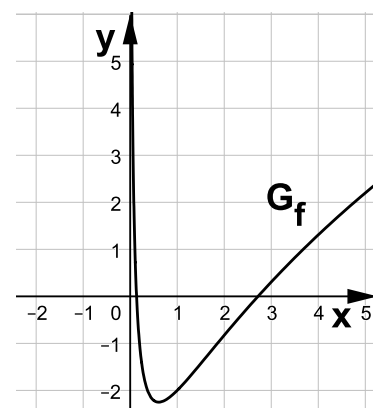


Abb. 7

# Sie wollen mehr für Ihr Fach?

## Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



**Über 5.000 Unterrichtseinheiten**  
sofort zum Download verfügbar



**Webinare und Videos**  
für Ihre fachliche und  
persönliche Weiterbildung



**Attraktive Vergünstigungen**  
für Referendar:innen  
mit bis zu 15% Rabatt



**Käuferschutz**  
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:  
**www.raabe.de**