

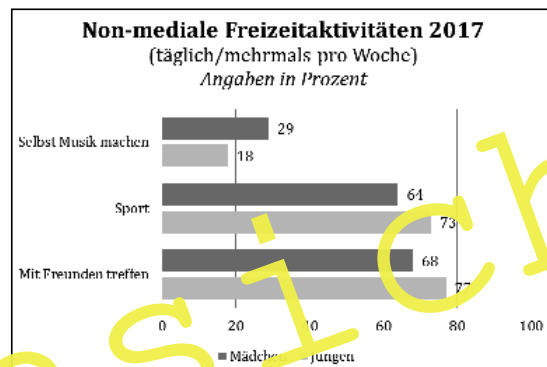
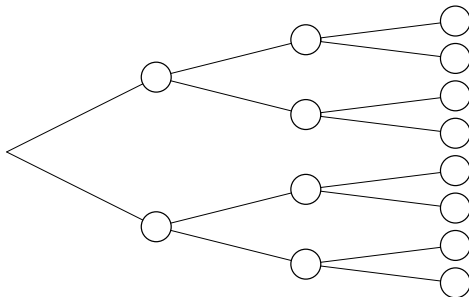
Reihe 25 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Situationen aus dem praktischen Leben – sich die Pfadregeln erarbeiten

Antonia Zeimetz, Offenbach



	A	B	C	D
1	0 GOLD	X SCHWARZ	X SCHWARZ	X SCHWARZ
2	2 SCHWARZ	0 GOLD	X SCHWARZ	X SCHWARZ
3	3 SCHWARZ	1 SCHWARZ	0 GOLD	X SCHWARZ
4	2 SCHWARZ	0 GOLD	X SCHWARZ	X SCHWARZ
5	0 GOLD	X SCHWARZ	X SCHWARZ	X SCHWARZ
6	1 SCHWARZ	0 GOLD	X SCHWARZ	X SCHWARZ
7	3 SCHWARZ	2 SCHWARZ	0 GOLD	X SCHWARZ
8	2 SCHWARZ	1 SCHWARZ	1 SCHWARZ	0 GOLD
9	2 SCHWARZ	2 SCHWARZ	0 GOLD	X SCHWARZ
10	3 SCHWARZ	1 SCHWARZ	1 SCHWARZ	0 GOLD



Quelle: JIM-Studie 2017, S. 11. Medienpädagogischer
Forschungsverbund Südwest / www.mpfs.de
Foto: iStock/Linkstock

Ein stochastisches Experiment kann man auf verschiedene Art und Weise auswerten.

Klasse: 8/9
Dauer: 8 bis 12 Stunden
Inhalt: Erarbeitung der Pfadregeln bei mehrstufigen Vorgängen und deren Anwendung in Sachsituationen
Ihr Plus:

- ✓ Binnendifferenziertes Übungsmaterial
- ✓ Arbeit mit echten Daten
- ✓ Excel-Datei zur Modellierung eines Zufallsversuchs
- ✓ Lernerfolgskontrolle

Entlang der Brunerschen Trias – enaktiv, ikonisch, symbolisch – werden die **Pfadadditions- und Pfadmultiplikationsregel** erarbeitet und angewendet. Beispielsweise sollen die Schüler mithilfe des Einsatzes von **Baumdiagrammen** entscheiden, ob ein Verfahren zur Auslosung fair ist. Hierbei begegnen den Schülern Situationen, in denen die Intuition alleine keine verlässliche Entscheidungsgrundlage liefert, und sie erfahren, wie Experimente sowie Simulationen zur **Überprüfung von Hypothesen** genutzt werden können.

Darüber hinaus spielt in dieser Unterrichtseinheit der **Umgang mit Daten** eine wichtige Rolle, denn in unserem persönlichen, beruflichen und gesellschaftlichen Leben werden wir ständig mit statistischen Daten konfrontiert und müssen als mündiger Bürger diese strukturieren und bewerten können. Der Einstieg in die Stochastik berücksichtigt dieses Erfordernis.

Didaktisch-methodische Hinweise

In dieser Unterrichtsreihe geht es um die Entwicklung und sinnstiftende Anwendung der Pfadadditions- und Pfadmultiplikationsregel unter der Berücksichtigung von echten Daten. Durch die Nutzung der unterschiedlichen Repräsentationsmodi (enaktiv – ikonisch – symbolisch) erhalten Ihre Schüler die Möglichkeit, selbstständig diese Regeln zu entwickeln. Hierzu werden zunächst experimentelle Zugänge verwandt und diese anschließend verallgemeinert.

Methode

Die Unterrichtsmaterialien berücksichtigen unterschiedliche Sozial- und Arbeitsformen und ermöglichen eine hohe Eigenaktivität der Lernenden. Beim Übungsmaterial werden die Prinzipien des intelligenten Übens etwa durch den Einsatz von **Aufgaben, in denen Ihre Schüler Fehler finden müssen, Umkehraufgaben** und **Aufgaben zur Binnendifferenzierung** realisiert.

Lehrplanbezug

Das Kerncurriculum für Hessen (Sekundarstufe I) dient hier als Beispiel. Für die Doppeljahrgangsstufen 7/8 und 9/10 werden dort u. a. folgende Schwerpunktsetzungen vorgenommen:

- Zwei- und mehrstufige Zufallsexperimente
- Baumdiagramme
- Pfadregeln

Diese Inhalte behandeln die vorliegenden Materialien. Sie als Lehrkraft fördern im Rahmen der Unterrichtseinheit insbesondere die Kompetenzen im Bereich „**Darstellen**“ und „**Problemlösen**“. Die Schüler nutzen Baumdiagramme, um Zufallsexperimente zu visualisieren. Zudem sammeln sie Daten aus verschiedenen Quellen (z. B. Texten) und übersetzen diese in ein mathematisches Modell. In diesem Beitrag werden komplexe Aufgaben vorgeschlagen, die sich nicht nach einem vorgegebenen Muster lösen lassen, sodass die Schüler eigene Lösungsideen entwickeln müssen. Sie lernen verschiedene Heuristiken (z. B. **Ausprobieren, Computersimulation**) kennen und wenden diese zur Lösung von Problemen an.

Lernvoraussetzungen

- Einstufige Zufallsexperimente
- Verschiedene Vorstellungen vom Wahrscheinlichkeitsbegriff (z. B. Laplace)
- Prozentbegriff
- Multiplikation von Dezimalzahlen

Lernziele

Die Schüler können ...

- ... zu einer Situation ein passendes Baumdiagramm erstellen,
- ... die Pfadregeln anwenden,
- ... zwischen „Ziehen mit Zurücklegen“ und „Ziehen ohne Zurücklegen“ unterscheiden,
- ... mithilfe der Pfadwahrscheinlichkeit und einer Wahrscheinlichkeit entlang des Pfades eine fehlende Angabe berechnen,
- ... das Gegenereignis nutzen, um eine Wahrscheinlichkeit zu bestimmen,
- ... komplexe Probleme mithilfe von Baumdiagrammen lösen.

Reihe 25 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Ablauf

Zu M 1: Mithilfe von Material **M 1** wird die **Pfadmultiplikationsregel** entwickelt. Zunächst formulieren die Schüler ihre Hypothesen bezüglich der Ergebnisse des zweifachen Münzwurfs, auf die Sie später zurückgreifen. Anschließend wird in drei Schritten die Regel erarbeitet. Enaktiv lösen die Lernenden das Problem, indem sie in Kleingruppen 50-mal zwei Münzen werfen und die Ergebnisse festhalten. Die Ergebnisse der Kleingruppe werden in einer Tabelle zusammengefasst (Aufgabenteil c), sodass die Summe der Würfe 300 beträgt. Anhand natürlicher Häufigkeiten soll sich eine theoretische Lösung anschließen.

Zu M 2: Dieses Arbeitsblatt dient zur Erarbeitung der Pfadadditionsregel anhand der Frage „Wie wahrscheinlich ist es, durch bloßes Raten einen Preis zu gewinnen?“.

Zu M 3: Anhand von Material **M 3** werden die Fälle **Ziehen mit und ohne Zurücklegen** verglichen. An die Erarbeitungsphase schließt sich eine Übungsphase in Partnerarbeit an. Die Schüler können hierbei ihre Lösungen selbst kontrollieren, da sich auf den **Tandembögen** die Lösungen zur Kontrolle des Partners befinden. Jeder soll die Aufgaben bearbeiten, zu denen er keine Lösung auf seinem Bogen hat.

Zu M 4: Im Sinne des operativen Übens werden in Material **M 4** Umkehraufgaben bearbeitet – eine Situation soll einem Baumdiagramm zugeordnet werden oder die Schüler sollen passend zu Baumdiagrammen Situationen erfinden. Durch die Veränderung der Situation wird hier ein vertieftes Verständnis für **mehrstufige Zufallsexperimente** entwickelt. Die Lernenden arbeiten hierbei in Partnerarbeit (Aufgabenteil a) und kontrollieren sich gegenseitig. Die so entwickelten Aufgaben werden als weiteres Übungsmaterial in der Lerngruppe eingesetzt.

Zu M 5: Die kritische Bewertung von Daten, die aufgrund der gestiegenen Präsenz von Statistiken im persönlichen, beruflichen und gesellschaftlichen Umfeld einen wichtigen Aspekt der Allgemeinbildung darstellen, erfordert zunächst deren Strukturierung. Das vorliegende Arbeitsblatt thematisiert den Einsatz von Baumdiagrammen zum **Ordnen von Daten**. Darüber hinaus wird behandelt, wie fehlende Daten durch Rückwärtsrechnen gewonnen werden können (Aufgabenteil c und d).

Zu M 6: Mittels Material **M 6** sollen die Schüler lernen, wie man das Gegenereignis geschickt nutzen kann, um Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen. Sie sollen erkennen, dass die Beziehung $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$ gilt. Da diese Beziehung ein erhöhtes Abstraktionsvermögen erfordert, wird zunächst das Gegenereignis in Alltagssituationen betrachtet (Aufgabenteil b). Erst in einem nächsten Schritt kommen die formalen Rechnungen hinzu. Zur Erarbeitung der Beziehung werden zwei Lösungswege verglichen (Aufgabenteil c).

Zu M 7: Häufig wird mangelndes Üben für das Ausbleiben des Lernerfolgs einiger Lernenden angeführt. Allerdings ist ebenso ein konstruktiver Umgang mit Fehlern notwendig, um Fehlerursachen zu bekämpfen. Aus diesem Grund werden in Material **M 7 typische Fehler** bei Baumdiagrammen thematisiert – eine Reflexion falscher Denkweisen soll einen Beitrag dazu leisten, diese zukünftig zu vermeiden. Das Aufdecken der Fehler stellt somit eine konstruktive Hilfe dar.

Zu M 8: Anhand des vorliegenden Problems erfahren die Schüler, dass unsere Intuition bei stochastischen Fragestellungen möglicherweise nicht zur richtigen Einschätzung führt. Die Lernenden bewerten das in Material **M 8** thematisierte Verfahren häufig als unfair. Aus diesem Grund sollen die Schüler zunächst experimentell eine Lösung finden. Hier eignet sich auch der Einsatz einer Tabellenkalkulation zur Simulation des Problems.

Zu M 9: Hier wird die in Material **M 6** erarbeitete Strategie zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten mithilfe des Gegenereignisses aufgegriffen.

Zu M 10: Das Arbeitsblatt dient zur Selbsteinschätzung der Fähigkeiten, die in der Unterrichtseinheit erworben werden sollten. Jeder Kompetenz wurden die jeweils passenden Aufgaben zugeordnet. Die Schüler sollen anknüpfend an ihre Selbsteinschätzung die Aufgaben aus der linken oder rechten Spalte auswählen. Die Aufgaben in jeder Zeile behandeln jeweils den gleichen inhaltlichen Aspekt auf unterschiedlichen Niveaustufen.

Reihe 25 S 5	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Material	Thema	Stunde
M 1	Rabatte beim Schulfest – die Pfadmultiplikationsregel Erarbeitung der Pfadmultiplikationsregel anhand eines Münzwurf-Experiments	1.– 2.
M 2	Raten von Antworten beim Quiz – die Pfadadditionsregel Erarbeitung der Pfadadditionsregel anhand eines Quiz	3.
M 3	Welches Spiel? – Ziehen mit und ohne Zurücklegen Vergleich der Fälle <i>Ziehen mit und ohne Zurücklegen</i> in Partnerarbeit sowie Einsatz von Tandembögen	4.
M 4	Welche Situationen passen zu dem Baumdiagramm? Üben: zu Baumdiagrammen Situationen finden, entsprechend des eigenen Leistungsstandes Aufgaben formulieren	5.
M 5 Fo	Wie nutzen Kinder ihre Freizeit? – Diagramme erstellen Verwendung von Baumdiagrammen zur Strukturierung von Daten	6.
M 6	Aufgaben mithilfe des Gegenereignisses lösen Schülerorientierte Erarbeitung des Zusammenhangs $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$; Vergleich verschiedener Lösungswege verdeutlicht die Vorteile des Ansatzes	7.
M 7	Fehler bei Baumdiagrammen Aufgreifen von typischen Fehlern zur Reflexion und Bekämpfung der Fehlerursachen	8.
M 8	Ist die Auslosung fair? Kennenlernen und Vertiefen von Heuristiken zum Problemlösen; Möglichkeit des Einsatzes einer Tabellenkalkulation zur Simulation des Problems; Einsatz von Baumdiagrammen zur Lösung des Problems. Binnendifferenzierung: Einsatz von Tippkarten	9. –10.
M 9	Was ist wichtig? – Reduzierte Baumdiagramme Reflexion von verschiedenen Darstellungen, Vertiefung des Zusammenhangs $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$	11.
M 10	Was kann ich schon? – Übungsaufgaben Selbsteinschätzungsbogen und binnendifferenziertes Übungsmaterial zur Reflexion des Lernprozesses	12.
M 11 (LEK)	Stochastische Probleme lösen Test zur Feststellung des Lernerfolges	

Fo $\hat{=}$ Farbfolie

Minimalplan: Sie können auf **M 8** und **M 9** verzichten, da diese der Vertiefung dienen. Ebenso ist es denkbar, das Arbeitsblatt **M 10** als eine Hausaufgabe auszulagern.

Reihe 25	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 1 Rabatte beim Schulfest – die Pfadmultiplikationsregel

Die Klasse 5b bietet beim Schulfest selbst gemachte Limonaden an. Die Konkurrenz ist hart, denn die 8d verkauft Smoothies.

Also schlägt Leo ein Rabatt-System vor, um möglichst viele Gäste des Festes anzulocken: „Bevor man zahlt, darf man eine Münze werfen. Wirft man zweimal hintereinander Bild, so bekommt man 50 Cent Rabatt. Sonst muss man den regulären Preis zahlen.“ Larissa gibt zu bedenken: „Für eine Gewinnprognose müssen wir uns überlegen, wie oft dies Ereignis vorkommen kann!“



© Digital Vision / Thinkstock

Selbst gemachte Limonade auf dem Schulfest

Aufgabe: Füllt die Tabelle aus!

a) Schätzung der Klasse für 50 Kunden

Anzahl von Bild	0-mal Bild	1-mal Bild	2-mal Bild
Anteil der Würfe (in %)			

b) Werft in der Gruppe 50-mal hintereinander zwei Münzen. Haltet in der Tabelle fest, wie oft die Ereignisse „0-mal Bild“, „1-mal Bild“ und „2-mal Bild“ auftreten.

0-mal Bild	1-mal Bild	2-mal Bild

c) Ergänzt die Ergebnisse aller Gruppen in der Tabelle.

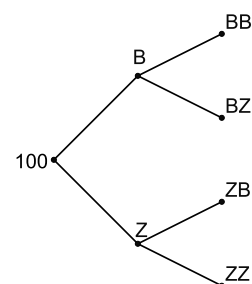
Gruppe	0-mal Bild	1-mal Bild	2-mal Bild
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Summe			
Angabe in %			

Was würdest du Larissa nun antworten?

d) Finde einen Weg, wie man das Ergebnis durch eine Rechnung erhält. Du wirfst die Münze 100-mal jeweils zweimal hintereinander. Ergänze die erwarteten Zahlen bei beiden Stufen des Diagramms.

e) Wie kann man die Wahrscheinlichkeiten für BB, BZ, ZB, ZZ ermitteln? Beschreibe einen passenden Rechenweg.

Tip B = Bild; Z = Zahl



Reihe 25	Verlauf	Material S 3	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 3 Welches Spiel? – Ziehen mit und ohne Zurücklegen

Am Ende des Tages sucht die Klassenlehrerin der 8d fleißige Schüler, welche sich den unangenehmen Aufgaben eines Festes widmen. Gesucht ist eine Schülergruppe, die den Stand putzt und ihn anschließend abbaut. Leider finden sich hierfür keine Freiwilligen, sodass sich die Lehrerin ein Glücksspiel zur Ermittlung der benötigten Helfer ausdenkt:



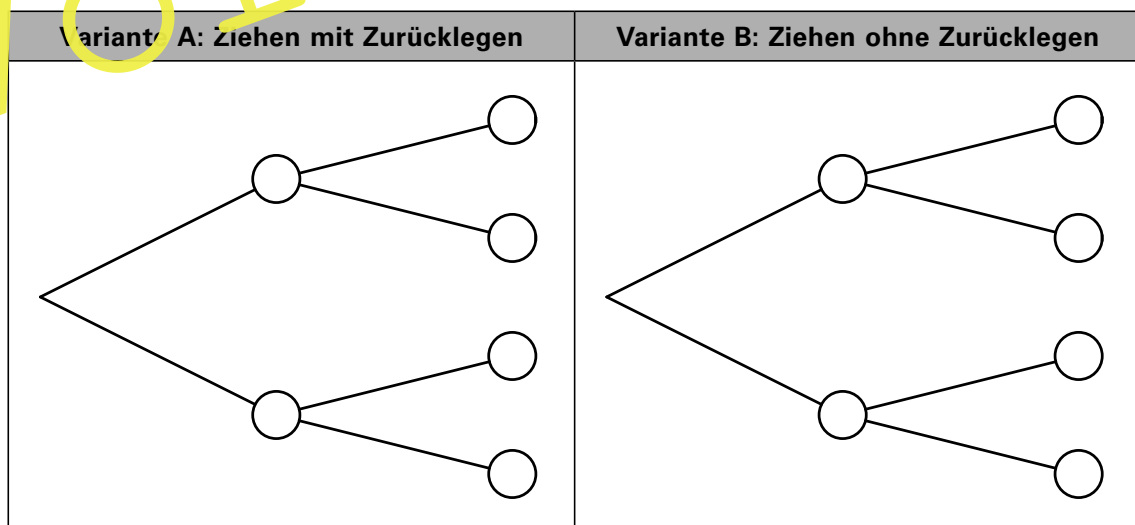
Putzen ist unbeliebt.



„Du ziehst aus einem Beutel, der mit 3 roten und 2 schwarzen Kugeln befüllt ist, zweimal hintereinander eine Kugel. Falls beide die gleiche Farbe haben, so bist du von den Aufräumen bereit. Damit sich Denken lohnt, könnt ihr selbst entscheiden, ob ihr die gezogene Kugel wieder in den Beutel werft oder ob ihr sie draußen lasst. Falls du nicht aufräumen möchtest, musst du mir in jedem Fall die Wahrscheinlichkeiten erklären.“

I/E

Aufgabe



- Ergänze die obigen Baumdiagramme.
- Begründe, für welche Variante du dich entscheiden würdest.
- Vergleiche die Varianten A und B. Notiere die Unterschiede.
- Stellt euch abwechselnd die folgenden Aufgaben. Entscheide jeweils zuerst, ob es sich um „Ziehen mit Zurücklegen“ oder „Ziehen ohne Zurücklegen“ handelt. Beantworte anschließend die Frage.

Reihe 25	Verlauf	Material S 6	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 4 Welche Situationen passen zu dem Baumdiagramm?

Bei der Bundestagswahl 2013 gab es insgesamt rund 61 946 900 Wahlberechtigte.

Etwa 15 % der Stimmberechtigten waren jünger als 30 Jahre alt. Diese Altersgruppe gilt als besonders unmotiviert, wählen zu gehen, denn von ihnen gaben rund 38 % keine Stimme ab.

Bei den älteren Wählern stimmten $\frac{3}{4}$ ab.

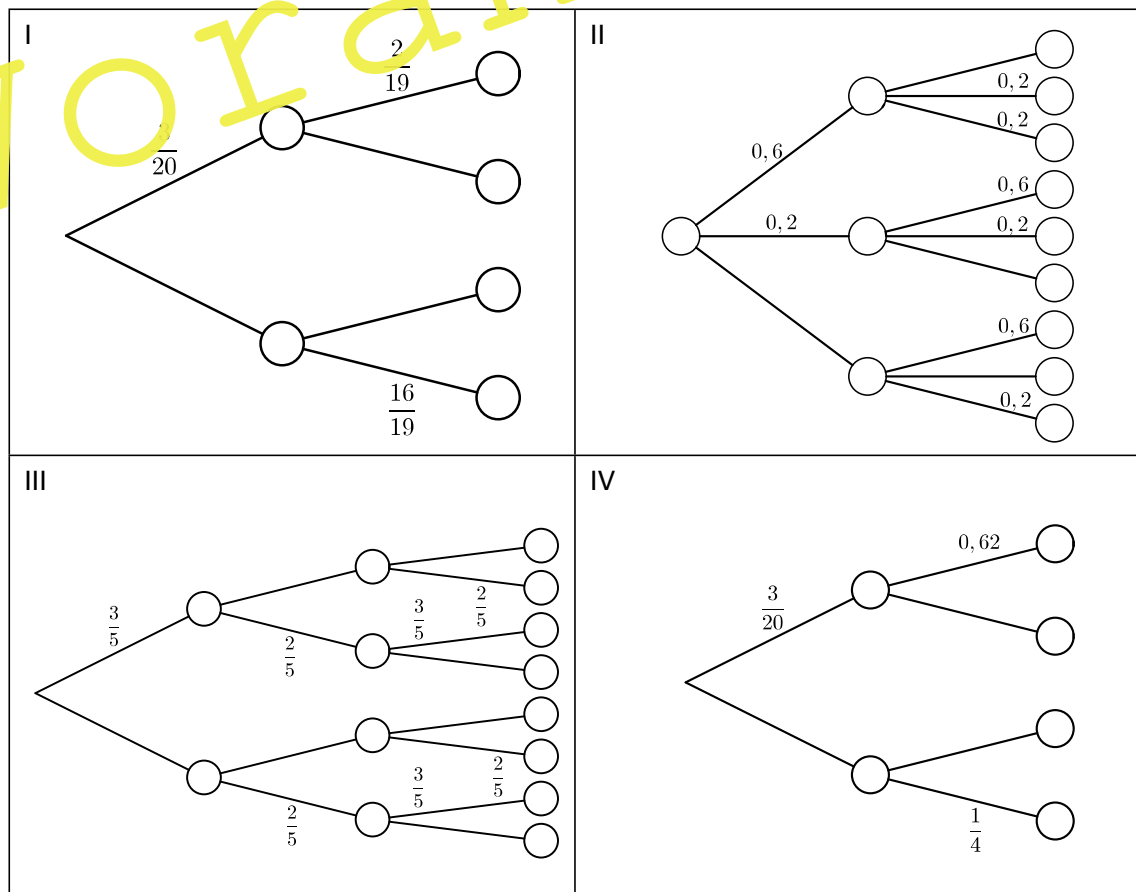


© iStock/Thinkstock

Wählen gehen!

Aufgabe

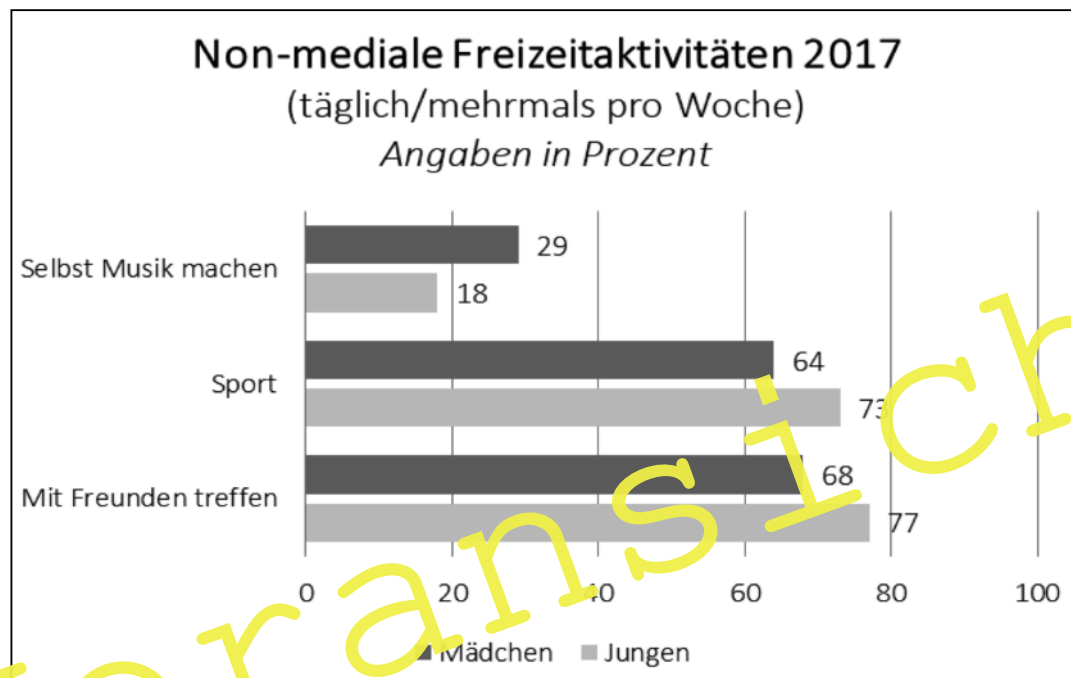
- Zu welchem Baumdiagramm passt der obere Text über die Bundestagswahl? Entscheide begründet und berechne anschließend, wie viel Prozent der Wahlberechtigten ihre Stimme nicht abgegeben haben.
- Ergänze die fehlenden Angaben in den Baumdiagrammen.
- Formuliere zu den drei übrigen Baumdiagrammen jeweils eine passende Situation.
- Tausche das Heft mit dem deines Sitznachbarn. Ordne die Situationen deines Sitznachbarn einem der Baumdiagramme zu.
- Wenn alle Zuordnungen stimmen, formuliere zu jeder Situation eine geeignete Aufgabenstellung (wie bei Aufgabenteil a)) und beantworte die Fragen mithilfe der Pfadregeln. Stelle eure Fragen anschließend der Klasse.



M 5 Wie nutzen Kinder ihre Freizeit? – Diagramme erstellen

In den JIM-Studien wird seit 1998 das Medien- und Freizeitverhalten von Kindern und Jugendlichen untersucht. Dazu werden jährlich über 1000 Kinder und Jugendliche im Rahmen einer repräsentativen Umfrage befragt.

Hier siehst du einige Ergebnisse der Studie aus dem Jahr 2017:



I/E

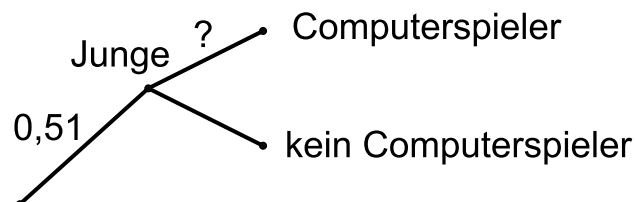
Aufgabe

a) Was bedeutet „repräsentativ“?

Tipp

<http://www.bpb.de/lernen/grafstat/grafstat-bundestagswahl-2013/147827/mg02-11-stichprobengroesse-und-repraesentativtaet>

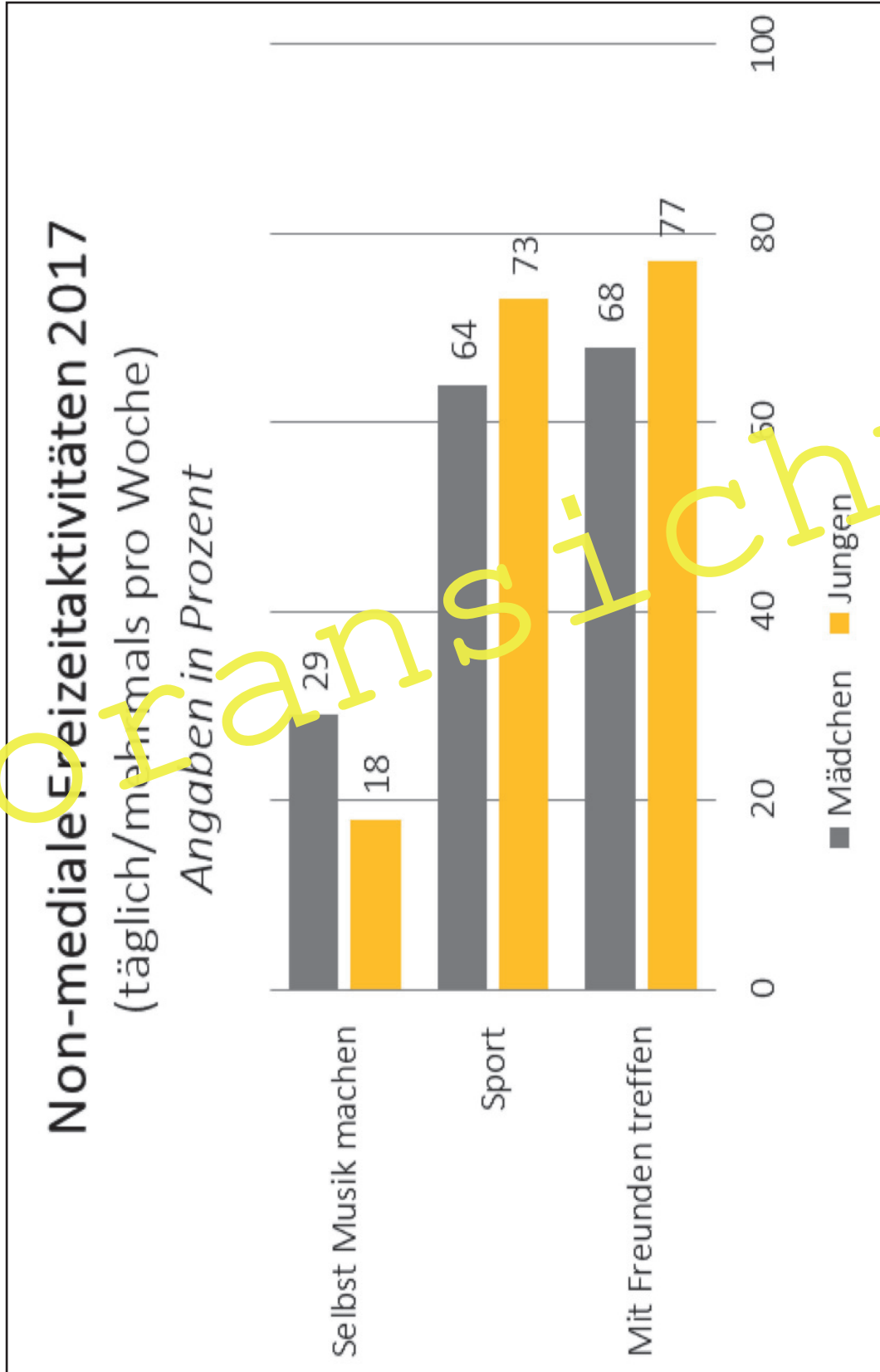
- b) 51 % der Kinder und Jugendlichen in Deutschland sind Jungen und 49 % sind Mädchen. Berechne jeweils mithilfe eines Baumdiagrammes, wie viel Prozent aller Jugendlichen selbst Musik machen, regelmäßig Sport treiben und Freunde treffen.
- c) 42,33 % der Befragten sind Jungen, die täglich oder mehrmals pro Woche Computer spielen. Wie viel Prozent der Jungen spielen regelmäßig Computer?



d) 72,94 % aller Kinder und Jugendlichen schalten mehrmals pro Woche das Radio ein. Von den Jungen (siehe b)) gaben 70 % diese Freizeitbeschäftigung an. Wie viel Prozent der Mädchen hören regelmäßig Radio?

Reihe 25	Verlauf	Material S 8	LEK	Glossar	Lösungen
----------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 5 Wie nutzen Kinder ihre Freizeit? – Farbfolie



Reihe 25	Verlauf	Material S 12	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	-------------------------	------------	----------------	-----------------

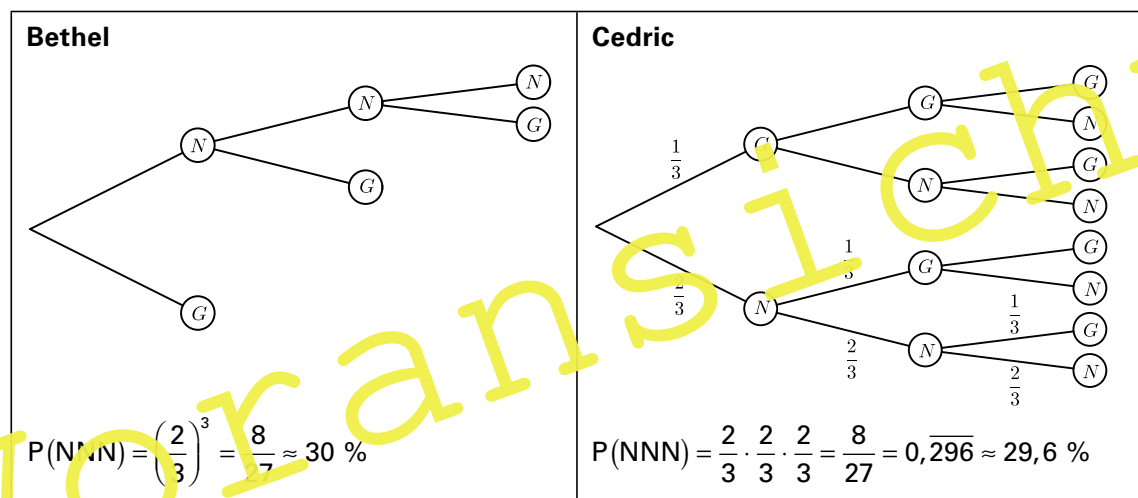
M 9 Was ist wichtig? – Reduzierte Baumdiagramme

Die sog. „Stochastik-Hütte“ des Frankfurter Weihnachtsmarktes lockt Kunden an, indem dort zu jedem Heißgetränk ein Rubbellos gereicht wird. Wer gewinnt, erhält ein kostenfreies Getränk nach Wahl. Nach Angaben des Herstellers kommt auf 2 Nieten je ein Gewinn. Armin, Bethel und Cedric ärgern sich. Alle trinken einen Kirsch-Spekulatus-Punsch mit Sahne, aber niemand hat ein Freigetränk bekommen. Armin wittert Betrug. Cedric und Bethel zücken Stift und Papier und fangen an zu rechnen:



Punsch auf dem Weihnachtsmarkt

© iStock/Thinkstock



Aufgabe

- Erläutere die Lösungen und vergleiche die beiden Darstellungen. Was ist jeweils gelungen? Was würdest du ändern?
- Später stößt Demir noch zu den dreien – auch er hat Pech beim Ziehen und bekommt eine Niete. Fertige ein passendes Baumdiagramm an, sodass du berechnen kannst, wie wahrscheinlich es ist, vier Nieten hintereinander zu ziehen. Achte hierbei auf eine geeignete Darstellung.
- Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass du bei vier Bestellungen mindestens ein Freigetränk gewinnst.
- Bevor sich die vier über den Mangel an Freigetränken beschweren, möchten sie sich sicher sein, dass sie gewollt ausschließlich Nieten erhalten haben.

Prüfe, wie viele Getränke die vier Jugendlichen kaufen müssten, um mit mindestens 90-prozentiger Wahrscheinlichkeit mindestens ein Freigetränk zu kaufen. Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze sie (Anzahl Lose 3, 4, 5, 6, 7 und 8):

Anzahl der Lose	P(kein Gewinn)	P(mindestens 1 Gewinn)
3	$\approx 0,296$	$\approx 0,704$
4 usw.		

Lösungen und ■ Tipps zum Einsatz

M 1 Rabatte beim Schulfest – die Pfadmultiplikationsregel

■ Die Schüler schätzen zunächst, wie oft „Bild“ fallen wird, und führen dann das Münzwurfsperiment aus. Sie tragen die bei diesem einfachen Zufallsexperiment experimentell bestimmten **relativen Häufigkeiten** in die Tabelle ein und erkennen, dass das Ereignis „1-mal Bild“ häufiger als „0-mal Bild“ und „2-mal Bild“ auftritt. Die Hypothese, dass „1-mal Bild“ **im Idealfall** mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % auftritt, kann durch 100-maliges Werfen der Münze bekräftigt bzw. zunächst einmal formuliert werden.

Hierzu stellt man sich vor, dass das Experiment 100-mal durchgeführt wird, und überlegt sich, dass die erste Münze im Mittel etwa 50-mal „Bild“ (B) und 50-mal „Zahl“ (Z) zeigen muss. Nun überlegt man sich die Häufigkeiten für die zweite Stufe. Wird in 50 Fällen zuerst Bild geworfen, dann wird im Mittel in 25 Fällen „BB“ und in 25 Fällen „BZ“ geworfen. Hieraus ergibt sich die unten stehende Ergänzung des Baumdiagramms. Man findet:

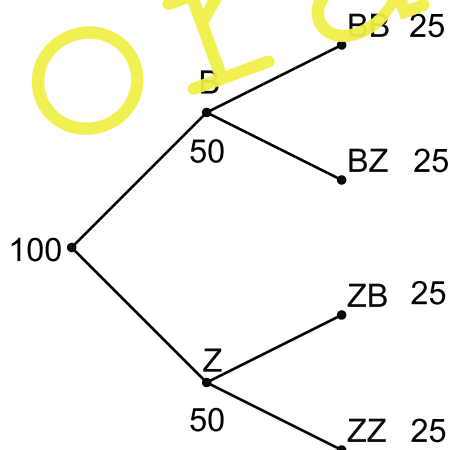
$$P(1\text{-mal Bild}) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}.$$

Für die Regel überlegt man sich mit der vorgestellten Methode, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Pfad $\frac{1}{4}$ beträgt. Leistungsstarke Lernende erkennen, dass man diese ebenfalls erhält, wenn man die Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades multipliziert, da hier Anteile von Anteilen bestimmt werden.

Lösung

a) – c) Individuelle Lösung

d)



e) Anhand des Baumdiagramms lassen sich die Pfadwahrscheinlichkeiten berechnen. In jeweils 25 von 100 Fällen erhält man BB, BZ, ZB, ZZ.

Also ist $P(BB) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. Hieran lässt sich die **Pfadmultiplikationsregel** erkennen:

$$P(BB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$