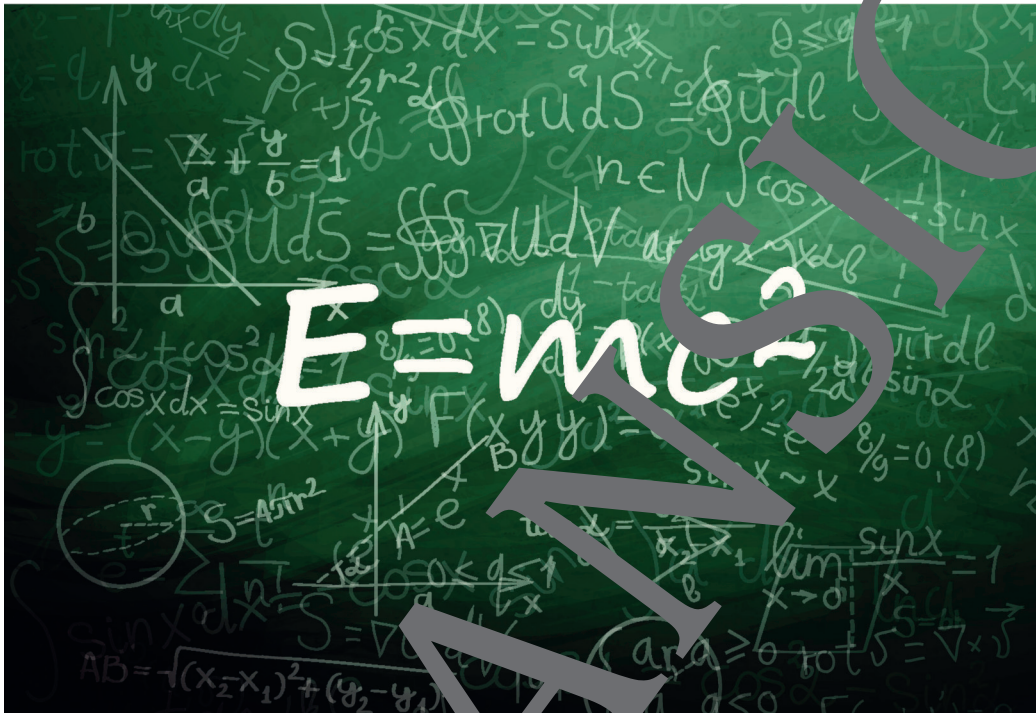


II.G.4

Relativitätstheorie

Einstein auf dem Prüfstand – Experimente zur Relativitätstheorie

Matthias Borchardt



Zeitdilatation, Massenzunahme und die Äquivalenz von Energie und Masse – die Vorhersagen der Relativitätstheorie scheinen absurd und dem gesunden Menschenverstand zu widersprechen. In den letzten Jahrzehnten wurden daher zahlreiche Experimente durchgeführt, um diese theoretischen Aussagen zu beweisen. Ihre Schülern und Schüler bearbeiten in dieser Einheit einige der Experimente, die sich im Unterricht als didaktisch besonders geeignet erwiesen haben.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 9. bis 11. Klasse

Dauer: ca. 8 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: Auswertung und Interpretation von Versuchsdaten, Anwendung von bekanntem Wissen, Umgang mit Formeln, Beurteilung und Einordnung von experimentellen Ergebnissen bezüglich theoretischer Vorhersagen

Inhalt: Effekte der Relativitätstheorie: Eigenschaften der Lichtgeschwindigkeit, Zeitdilatation, Massenzunahme, Zusammenhang von Energie und Impuls in der Relativitätstheorie

Medien: Arbeitsblätter, Diagramme, Taschenrechner, Internet, Computersimulation

M 1

Der Werkzeugkasten – Formeln der speziellen Relativitätstheorie

Die relativistische Zeitdehnung (Zeitdilatation)

Eine Uhr bewegt sich mit großer Geschwindigkeit an einer Reihe ruhender (synchronisierter) Uhren vorbei. Die Beobachterin auf der sich bewegenden Uhr (also im bewegten System) misst das Zeitintervall Δt_B . Der Beobachter im ruhenden Uhrensystem liest an synchronisierten Uhren das Zeitintervall Δt_R ab. Dann gilt:

$$\Delta t_B = \Delta t_R \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{mit } \beta = \frac{v}{c}.$$

Die relativistische Massenzunahme

Die dynamische Masse m_v eines Teilchens, das sich mit der Geschwindigkeit v bewegt und die Ruhemasse m_0 hat, beträgt:

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{mit } \beta = \frac{v}{c}.$$

Die Äquivalenz von Energie und Masse

Energie und Masse eines Teilchens sind zueinander äquivalent:

$$E = m \cdot c^2$$

Die relativistische Energie

Die Gesamtenergie eines sich bewegenden Teilchens setzt sich aus seiner Ruheenergie und seiner (relativistischen) kinetischen Energie zusammen:

$$E_{ges} = E_0 + E_{kin}.$$

Die kinetische Energie

Mit

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 \quad \text{und} \quad E_{ges} = m_v \cdot c^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

ergibt sich für die kinetische Energie:

$$E_{ges} = E_0 + E_{kin} \Leftrightarrow E_{kin} = E_{ges} - E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} - E_0.$$

Und das Ausklammern von E_0 ergibt schließlich:

$$E_{kin} = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

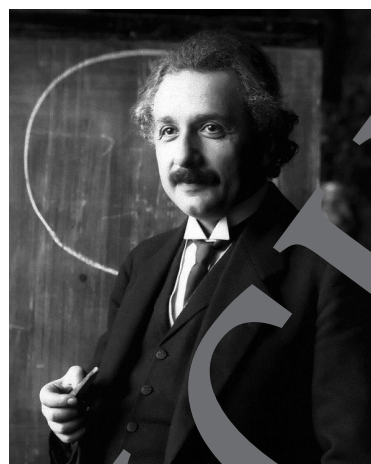
Energie und Impuls eines sich bewegenden Teilchens sind in der speziellen Relativitätstheorie quadratisch miteinander verknüpft:

$$E_{ges}^2 = E_0^2 + p^2 \cdot c^2.$$

Das zweite Postulat der speziellen Relativitätstheorie

M 2

Albert Einstein ist gerade mal 26 Jahre alt, als er 1905 drei Arbeiten veröffentlicht, die sich als absolut bahnbrechend für die moderne Physik erweisen sollen. Eine dieser Veröffentlichungen trägt den etwas unscheinbaren Titel „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“ und bildet das Fundament der speziellen Relativitätstheorie (SRT). Interessanterweise beginnt Einstein seine Ausführungen mit zwei Setzungen (Postulaten), auf die sich alle weiteren seiner theoretischen Herleitungen strikt beziehen. **Die erste Annahme** lautet: „Alle Inertialsysteme sind bezüglich aller physikalischen Gesetze gleichberechtigt.“



Das zweite Postulat formuliert Einstein 1905 selbst wie folgt:

„Wir wollen außerdem die Voraussetzung einführen, dass sich das Licht im leeren Raume stets mit einer bestimmten, vom Bewegungszustande des emittierenden Körpers unabhängigen Geschwindigkeit V fortpflanzt.“

Das bedeutet: Egal wie schnell sich der Lichtsender selbst bewegt – die Geschwindigkeit des von ihm ausgesendeten Lichts weist im luftleeren Raum stets den Wert V auf.

Diese Aussage steht im krassen Widerspruch zur klassischen Physik, die eine direkte Addition der beiden Geschwindigkeiten vorhersagt. Erst viele Jahrzehnte nach der Veröffentlichung der neuen Theorie waren die technischen Voraussetzungen gegeben, Experimente zur Bestätigung dieser scheinbar kuriosen Behauptung durchzuführen.

Das Experiment

Eines dieser Experimente wurde 1964 von einem Team um den schwedischen Physiker Torsten Alväger am CERN-Protonen-Synchrotron durchgeführt¹. Die Versuchsanordnung ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt. Aufgrund des Funktionsprinzips eines Synchrotrons kann dieser Teilchenbeschleuniger keinen kontinuierlichen Teilchenstrahl erzeugen. Vielmehr werden die Protonen in konstanten zeitlichen Abständen bündelweise („Bunches“) beschleunigt. Diese hochenergetischen Protonen-Bunches treffen auf ein dünnes Beryllium-Ziel und erzeugen dort kurzlebige neutrale Pionen (π^0 -Mesonen), die sich mit einer Geschwindigkeit von 99,975 % der Lichtgeschwindigkeit tangential zum Synchrotron fortbewegen. Diese fast lichtschnellen Pionen zerfallen nach einer sehr kurzen Strecke in Gammaquanten – hochenergetische Photonen mit einer Energie von etwa 6 GeV (Gigaelektronenvolt). Die Geschwindigkeit dieser Photonenbündel lässt sich dann mithilfe zweier Detektoren, die sich in einem festen Abstand zueinander befinden, bestimmen.

Die erzeugten Pionen sind also bei diesem Experiment die Lichtsender, die sich selbst nahezu mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Sollte das zweite Postulat Einsteins Gültigkeit haben, dann müssten sich die Photonen mit der einfachen Lichtgeschwindigkeit bewegen, während die klassische Physik ihnen fast doppelt so großen Wert vorhersagt.

1 Einstein verwendete damals für die Lichtgeschwindigkeit den großen Buchstaben V .

2 T. Alväger, F.J.M. Farley, J. Kjellman, L. Wallin, *Test of the second postulate of special relativity in the GeV region*, Physics Letters, 12(3), S.260–262 (1964).

Aufgaben

1. Die Halbwertszeit neutraler Pionen (π^0) beträgt $T_H = 8,34 \cdot 10^{-17}$ s. Diese Halbwertszeit verlängert sich allerdings aufgrund der relativistischen Zeitdehnung (Zeitdilatation) deutlich.

- a) Gehen Sie von einer Geschwindigkeit der Pionen von 99,975 % der Lichtgeschwindigkeit ($c = 299792458 \frac{m}{s}$) aus und berechnen Sie mithilfe der Zeitdilationsformel die Halbwertszeit der bewegten Pionen.

Tipp:

Stellen Sie sich vor, Sie sitzen auf einem Pion und messen die Halbwertszeit in diesem bewegten System. Das Pion selbst bewegt sich in Ihrem System nicht. Daher erhalten Sie innerhalb dieses bewegten Systems eine Halbwertszeit von $\Delta t_B = 8,34 \cdot 10^{-17}$ s. Nun wechseln Sie das Bezugssystem. Sie sitzen neben dem Synchrotron und die Pionen fliegen fast lichtschnell an Ihnen vorbei. Nun messen Sie die Halbwertszeit Δt_R aus dem ruhenden System heraus.

- b) Berechnen Sie, welche Wegstrecke die Pionen nach ihrer Erzeugung im Mittel zurücklegen, bevor sie sich in Gammaquanten verwandeln („Halbwertlänge“).

2. Die beiden Detektoren A und B zum Nachweis von Gamma-Photonen wurden in einem Abstand von genau 31,45 m voneinander installiert und die Eintreffzeiten der Photonenbündel mit einer ausgeklügelten Mess-Apparatur bestimmt. Das Diagramm (Abbildung 2) zeigt das Ergebnis dieser Versuchsreihe. Ermitteln Sie die Zeitdifferenz zwischen dem Eintreffen der Photonen in den Detektoren A und B und berechnen die Geschwindigkeit der Photonen.
3. In einer zweiten Versuchsreihe wurde Detektor A um 4,50 m nach hinten (in der Abbildung 1 nach rechts) und Detektor B um 4,50 m nach vorne (in der Abbildung nach links) versetzt. Damit verringerte sich der Abstand zwischen beiden Detektoren um 9 m. Der räumliche Abstand der beiden Nachweisgeräte betrug daher 22,45 m. Die Ergebnisse der Zeitmessung ist in Abbildung 3 dargestellt. Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Photonen auch in dieser geänderten Versuchsanordnung.
4. Äußern Sie sich zu der Frage, inwieweit das zweite Postulat Einsteins durch das Alväger-Experiment bestätigt werden konnte.



Die Lichtgeschwindigkeit als Grenzggeschwindigkeit

M 3

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist die absolute Grenzggeschwindigkeit. Teilchen mit Ruhemasse können diese niemals erreichen, geschweige denn überschreiten. Diese kühne Behauptung stellt eine der Säulen dar, auf denen die spezielle Relativitätstheorie (SRT) basiert. Obwohl Einstein seine Theorie bereits 1905 veröffentlichte, dauerte es noch viele Jahrzehnte, bis man technisch in der Lage war, Experimente zur Bestätigung der Grenzwerteigenschaften der Lichtgeschwindigkeit durchzuführen. So gelang es dem Physiker William Bertozzi erstmals 1964 nachzuweisen, dass Elektronen trotz enormer Energiezufuhr bei ihrer Beschleunigung schneller als das Licht werden. Im Folgenden soll ein ähnlicher, vereinfachter Versuch vorgestellt werden, der für die Ausbildung von Physikstudierenden an der Universität Aarhus in Dänemark entwickelt wurde³.

Die Versuchsidee: Flugzeitmessung hochenergetischer Elektronen

Die Geschwindigkeit von Elektronen bekannter hoher Energie wird durch Messung ihrer Flugzeit bei der Überwindung einer bestimmten Strecke bestimmt. Die hochenergetischen Elektronen stammen aus dem radioaktiven Präparat Bismut-207, das durch Elektroneneinfang in das stabile Element Blei-207 zerfällt. Bei diesem Prozess werden sogenannte Konversionselektronen frei, die ein diskretes Energiespektrum aufweisen. Diese etwas komplizierteren kernphysikalischen Vorgänge sollen hier nicht weiter thematisiert werden. Für die Bearbeitung der Aufgaben ist lediglich wichtig, dass das Bismut-Isotop Elektronen mit vier verschiedenen Energien aussendet (s. Tabelle).

Energiespektrum der Elektronen	
Energie in keV	Intensität in %
48	14
55	14
975	63
1047	16

Aufgabe

1. Rechnen Sie vor, dass der gewichtete Mittelwert der Energien etwa 900 keV beträgt.

Der Versuchsaufbau:

Die Elektronen des Präparats treten zunächst auf ein extrem dünnes Szintillatormaterial, dessen Schichtdicke so gewählt wurde, dass die Elektronen das Material nahezu ohne Energieverlust passieren können, aber dennoch Lichtblitze ausstrahlen, die durch Lichtleiter aufgefangen und mithilfe eines Photomultipliers in elektrische Impulse verwandelt werden. Die Schichtdicke des Szintillators beträgt lediglich 1/100-Millimeter. Nachdem die Elektronen den Szintillator passiert haben, durchlaufen sie eine Strecke von 20 cm, bevor sie auf einen zweiten Szintillator treffen, der allerdings dicker ist und die Elektronen vollständig absorbiert. Auch hier werden Lichtblitze ausstrahlt. Bedingt durch den Versuchsaufbau sind

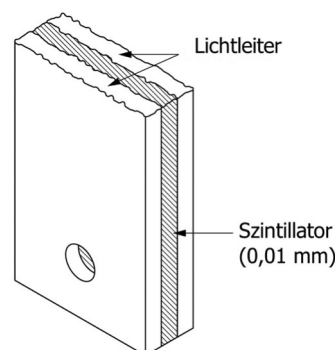


Abbildung aus der Originalveröffentlichung
Bearbeitet: Matthias Borchardt

³ M. Lund, U; I. Uggerhøj. Experimental special relativity with a meter stick and a clock. Published by the American Association of Physics Teachers, 2009.

die ausgesendeten Elektronen nicht in Form eines Elektronenstrahls gebündelt. So geht ein großer Teil der Teilchen an der Innenwand des langen Vakuumrohrs verloren. Der zeitliche Abstand, den die einzelnen Elektronen den zweiten Detektor erreichen, ist daher so groß, dass sich die Flugzeit jedes empfangenen Elektrons mithilfe einer Analyse-Elektronik leicht bestimmen lässt. Aus Flugstrecke und den Zeitdifferenzen zwischen den Impulsen im ersten und zweiten Detektor lassen sich dann die Geschwindigkeiten der Elektronen berechnen.

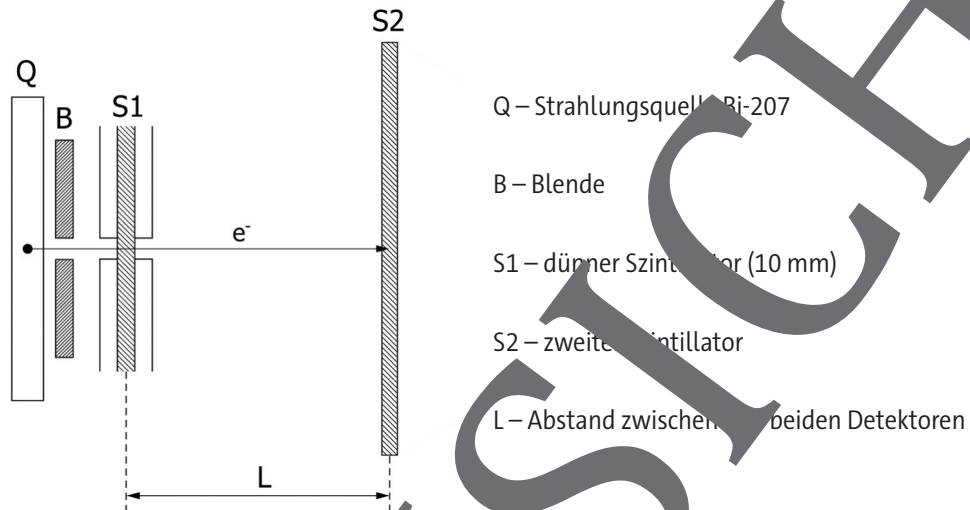


Abbildung aus der Originalveröffentlichung,
 bearbeitet von Matthias Borchardt

Aufgaben

2. Aus der Relativitätstheorie ist bekannt, dass $E_{\text{ges}} = E_0 + E_{\text{kin}}$ und $E_{\text{ges}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ (s. Material M 1).

Leiten Sie her: Für das Geschwindigkeitsverhältnis $\beta = \frac{v}{c}$ ergibt sich aus den oberen Formeln

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E_0 + E_{\text{kin}}} \right)^2}$$

3. Das Diagramm zeigt eine Messung für die Laufzeit der Elektronen, wobei die erste Kurve bei einem Abstand von nur 5 mm zwischen den beiden Detektoren aufgenommen wurde und die zweite bei einem Abstand von $L = 1,653$ m.

Hinweise:

- Da die Kurve aufgrund ihrer Länge bei der Übertragung der Impulse zu Laufzeitverzögerungen führt, beginnt die Zeitachse nicht bei null.
- Die Zeitachse ist in Nanosekunden (ns) skaliert.
- Der reale Abstand der beiden Messungen beträgt $1,653 \text{ m} - 0,005 \text{ m} = 1,648 \text{ m}$.

- a) Bestimmen Sie mithilfe des unteren Diagramms die Zeitdifferenz zwischen den beiden Detektoren und dann die Geschwindigkeit v der Elektronen. Geben Sie das Geschwindigkeitsverhältnis v/c an.

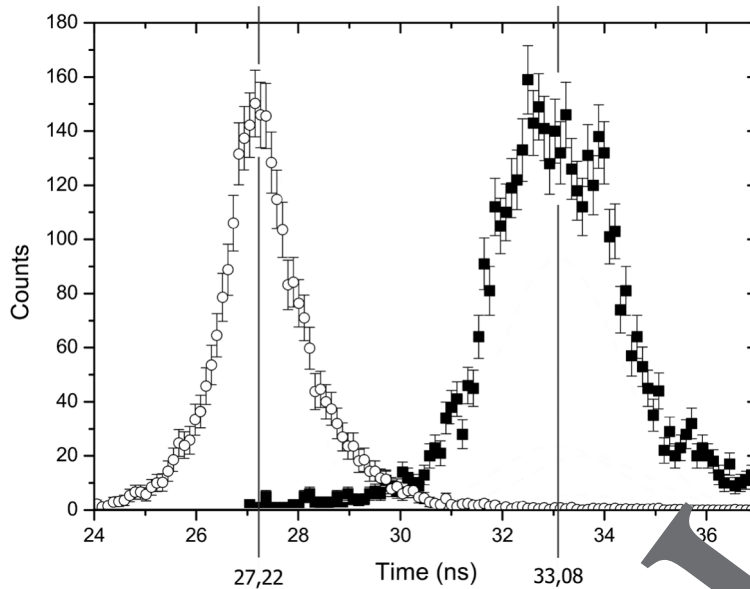


Diagramm: offene Kreise $\rightarrow L = 0,005$ m, schwarze Quadrate $\rightarrow L = 1,6$ m. Die gesamte Messzeit für die erste Kurve betrug 10 Minuten und für die zweite ganze 93 Stunden, da nur sehr wenige Elektronen aufgrund der starken Streuung das Vakuumrohr bis zum zweiten Detektor geradlinig durchlaufen können. (Abbildung aus Online-Vorlesung, bearbeitet von Matthias Borchardt)

- b) Berechnen Sie mithilfe der gemittelten kinetischen Energie von 900 keV und der relativistischen Formel aus Aufgabe 2 das Geschwindigkeitsverhältnis v/c und vergleichen Sie diesen theoretischen mit dem gemessenen Wert aus Aufgabe 1. Geben Sie $E_0 = 511$ keV für die Ruheenergie des Elektrons.

- c) In der klassischen (Newtonschen) Physik gilt für die kinetische Energie die bekannte Formel

$E_{kin} = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2$. Leiten Sie her. Für das Geschwindigkeitsverhältnis v/c erhält man dann:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m_0 \cdot c^2}} = \sqrt{2 \cdot \frac{E_{kin}}{E_0}}$$

- d) Berechnen Sie mithilfe dieser klassischen Formel den Wert für das Geschwindigkeitsverhältnis v/c . Verwenden Sie dabei ebenfalls $E_{kin} = 900$ keV für die kinetische Energie der Elektronen.

- e) Beurteilen Sie die Ergebnisse im Hinblick auf die Aussage der Relativitätstheorie, dass die Lichtgeschwindigkeit nicht überschritten werden kann.

4. Wenn Sie die beiden Kurven in dem Flugzeit-Diagramm miteinander vergleichen, werden Sie feststellen, dass die zweite Kurve deutlich breiter ausfällt. Dies hängt damit zusammen, dass die Elektronen keine einheitliche, sondern vier verschiedene Energien aufweisen (s. Tabelle im Punkt: Versuchsidee). Erklären Sie, warum dies bei der zweiten Kurve zu einer Verbreiterung der Kurve führt, bei der ersten aber nicht.

M 4

Schnelle Teilchen leben länger – Myonen der kosmischen Strahlung

Kosmische Strahlung besteht zu einem großen Teil aus hochenergetischen Protonen. Treffen diese auf die Luftmoleküle der oberen Atmosphärenschichten, entstehen Pionen (π -Mesonen), die nach sehr kurzer Zeit in einer Höhe von etwa 10–12 km über dem Erdboden in Myonen (μ -Mesonen) zerfallen. Diese Myonen bewegen sich dann mit fast Lichtgeschwindigkeit in Richtung Erde. Myonen weisen Ähnlichkeiten mit Elektronen auf, sind aber rund 200-mal schwerer als diese und nicht stabil. Man weiß, dass (ruhende) Myonen eine Halbwertszeit von $1,52 \mu\text{s}$ haben.

Aufgabe

1. Rechnen Sie vor: Wenn wir von einer Halbwertszeit von $T_H = 1,52 \mu\text{s}$ ausgehen und annehmen, dass sich die Myonen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegen, dann beträgt die „Halbwertslänge“ – also die Strecke, nach der die Hälfte der Myonen zerfallen ist – ungefähr $L_H = 456 \text{ m}$.

Wenn bereits nach einem halben Kilometer mehr als die Hälfte der Myonen zerfallen sind, dann dürften nach einer Flugstrecke von über 10 km kaum noch Myonen auf dem Erdboden ankommen. Messungen auf Meeresniveau führen allerdings zu einem ganz anderen Ergebnis – die Zählraten für die aus der Hochatmosphäre stammenden Myonen sind deutlich höher als erwartet. Dieses erstaunliche Phänomen wurde schon bald nach seiner Entdeckung mit der Relativitätstheorie Einsteins in Verbindung gebracht. Es wurde die Hypothese aufgestellt, dass sich die Lebensdauer der Myonen aufgrund der extrem hohen Geschwindigkeit verlängert haben könnte – die innere Uhr der bewegten Myonen ticke wegen der Zeitdilatation langsamer als bei ruhenden Myonen. Erste experimentelle Bestätigungen dieser Behauptung wurden in den 1940er- und 1960er-Jahren erbracht. Im Folgenden soll ein Experiment vorgeschlagen werden, das die schottische Schülerin Ingrid Burt von der Beeslack Community High School (Edinburgh) im Rahmen eines Physikprojektes 2005 an der Universität Edinburgh durchgeführt und auswertete⁴.

Versuchs-idee:

Der Nachweis und die Zählung von Myonen aus der Höhenstrahlung werden zunächst auf einem hohen Berg durchgeführt. Aus der ermittelten Zählrate und der Halbwertszeit der Teilchen lässt sich berechnen, welche Anzahl von Myonen man auf Meereshöhe zu erwarten hat, wenn man die gleiche Messapparatur dort aufbaut und im gleichen Zeitintervall wie auf dem Berg Messungen durchführen würde. Dieser Vorhersagewert wird dann mit der realen Messung auf Meereshöhe verglichen. Die Diskrepanz zwischen Vorhersage und Messergebnis lässt sich mithilfe der Zeitdilatation in Verbindung bringen, wenn man Informationen über die Geschwindigkeit der Myonen hat.

⁴ <https://www.ph.ed.ac.uk/events/2005/75868-einstein-and-cairn-gorm-102mb>

Versuchsdurchführung:

Die Messungen wurden zunächst in der Bergstation eines der höchsten Berge Schottlands durchgeführt, dem „Cairn Gorm Mountain“. Die Station liegt 1021 Meter höher als das Labor in der Universität zu Edinburgh, wo die zweite Messung vorgenommen wurde. Für den Nachweis der Teilchen wurde ein empfindlicher Szintillator-Detektor mit nachgeschaltetem Photomultiplier und moderner Auswerteelektronik verwendet. Bevor die Myonen das Szintillatormaterial erreichen konnten, mussten sie eine Schicht aus Stahlplatten (fast 50 cm) durchlaufen. So konnte die Geschwindigkeit der Myonen bei Eintritt in den Detektor zu $v/c = 0,985$ geschätzt werden.

**Die Versuchsergebnisse:**

Mittlere Zählrate in der Bergstation von Cairn Gorm:

81 Myonen pro Stunde.

Mittlere Zählrate im Labor der Universität Edinburgh:

51 Myonen pro Stunde.

Aufgaben

- Berechnen Sie die Zeit, welche die Myonen benötigen, um die 1021 m Strecke zurückzulegen. Verwenden Sie $v/c = 0,985$.
- Berechnen Sie, welche Zählrate sich im tiefer gelegenen Labor Mitte ergeben müssen, wenn man von einer Zählrate von 81/h auf dem Cairn Gorm ausging. Die Halbwertszeit von $T_H = 1,52 \mu\text{s}$ ausginge. Verwenden Sie das bekannte Zerfallsgesetz $N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_H} t}$.
- Nehmen Sie an, die Lebensdauer der Myonen hätte sich aufgrund der relativistischen Zeitdehnung verlängert. Berechnen Sie die (neue) Halbwertszeit der relativistischen Myonen mithilfe der Formel für die Zeitdilatation.
- Berechnen Sie mit der gedehnten Halbwertszeit und dem Zerfallsgesetz, welche Zählrate für die relativistischen Myonen in Edinburgh theoretisch (also nach der Vorhersage der Relativitätstheorie) zu erwarten ist.
- Bewerten Sie die Ergebnisse in Bezug auf die Hypothese, dass sich die Lebensdauer der Myonen aufgrund ihrer Geschwindigkeit verlängert haben könnte.
Hinweis: Bei Ihren Überlegungen, dass die Zählraten vermutlich durch „unerwünschte Myonen“ verfälscht wurden. Wahrscheinlich hängt dies mit einer ungünstigen Dimensionierung der Stahlplatten, welche die Myonen abbremsten, zusammen. Die Details sollen hier nicht weiter ausgeführt werden, aber Sie können davon ausgehen, dass auf dem Berg mehr „unerwünschte Myonen“ registriert wurden, als im Tal, oben die Zählrate also etwas höher ausgefallen ist.

M 5

Schnelle Teilchen leben länger – Myonen im Speicherring

Myonen lassen sich mit Teilchenbeschleunigern erzeugen, indem man hochenergetische Protonen auf ein Target schießt. Dabei entstehen u.a. geladene Pionen (π^- , π^+), die nach sehr kurzer Zeit in Myonen und Neutrinos zerfallen.

Die entstandenen **Myonen** sind ebenfalls nicht stabil. Sie zerfallen in Elektronen und Neutrinos mit einer Halbwertszeit von $T_H = 1,52 \mu\text{s}$ (Mikrosekunden).

Aufgabe

- Das untere Diagramm zeigt die Zerfallskurve von ruhenden Myonen. Bestätigen Sie, dass die Halbwertszeit $T_H = 1,52 \mu\text{s}$ beträgt.

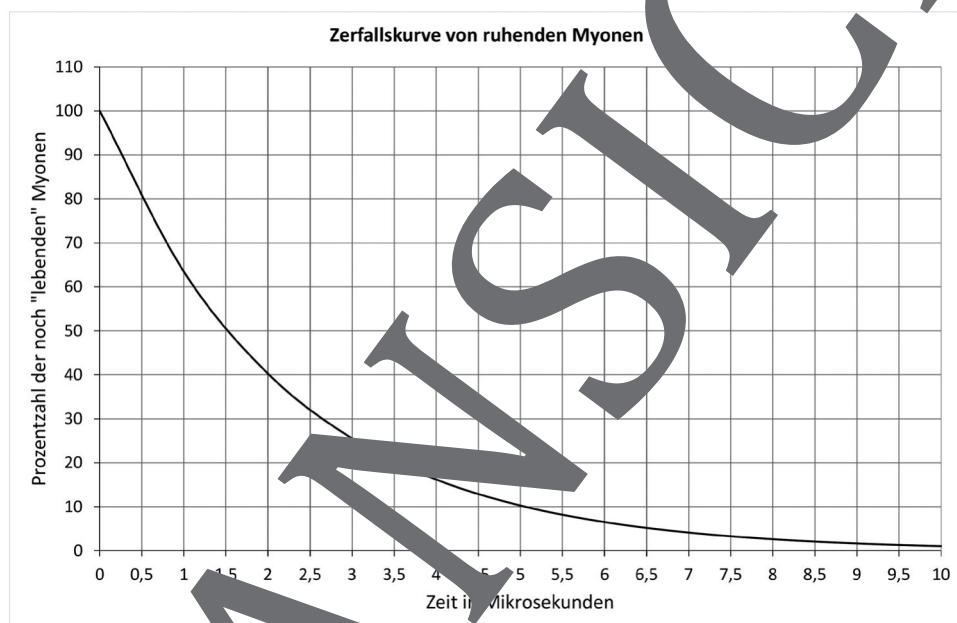


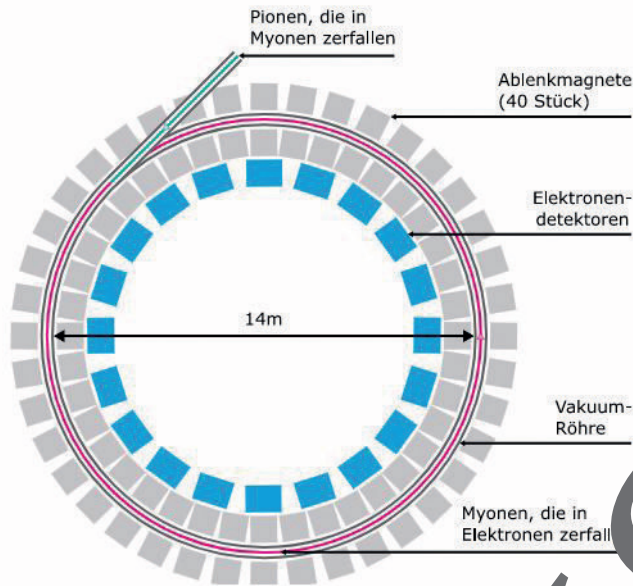
Abbildung: Matthias Borchardt

Das **CERN** ist eine Großforschungsanlage mit riesigen Teilchenbeschleunigern in der Nähe von Genf. Dort wurde 1975 ein sehr genaues Experiment mit nahezu lichtschnellen Myonen durchgeführt. Ziel war die Überprüfung der Zeitdilatationsformel der *speziellen Relativitätstheorie*. Die in einem Teilchenbeschleuniger erzeugten Myonen bewegten sich mit **99,942 %** der Lichtgeschwindigkeit in einer Vakuumkammer eines Speicherrings. Die Zerfallsrate der Myonen wurde durch den Nachweis der beim Zerfall entstehenden Elektronen bestimmt. Dazu dienen die Detektoren im Innenkreis des Speicherrings. Mithilfe der Zerfallsrate wurde dann die Anzahl der noch nicht zerfallenen Myonen ermittelt. Die Abbildung zeigt den prinzipiellen Aufbau des Speicherrings, der einen Durchmesser von 14 m aufwies.

Aufgabe

- Recherchieren Sie, was ein Speicherring für hochenergetische Teilchen ist und wozu diese Maschinen dienen.
- Die Myonen, die mit fast Lichtgeschwindigkeit im Speicherring umlaufen, zerfallen in Elektronen und Neutrinos. Diese Elektronen haben die gleiche Geschwindigkeit und Ladung wie die

Myonen. Dennoch bleiben sie nicht auf der Kreisbahn, sondern verlassen den Ring rasch nach innen, wo zahlreiche Detektoren für deren Nachweis bereitstehen. Erklären Sie, warum die beim Zerfall der Myonen entstandenen Elektronen die Kreisbahn so schnell nach innen verlassen, obwohl sie die gleiche Ladung und Geschwindigkeit wie die Myonen besitzen.



4. Während die Myonen im Speicherring mit einer Geschwindigkeit von $v = 0,99942 \cdot c$ kreisen, wurde die Anzahl der Zerfälle gemessen, was sich in der oberen Kurve zeigt. Die untere Kurve zeigt die Ergebnisse. Bestimmen Sie mit Hilfe des Diagramms die „neue“ Halbwertszeit der Myonen.

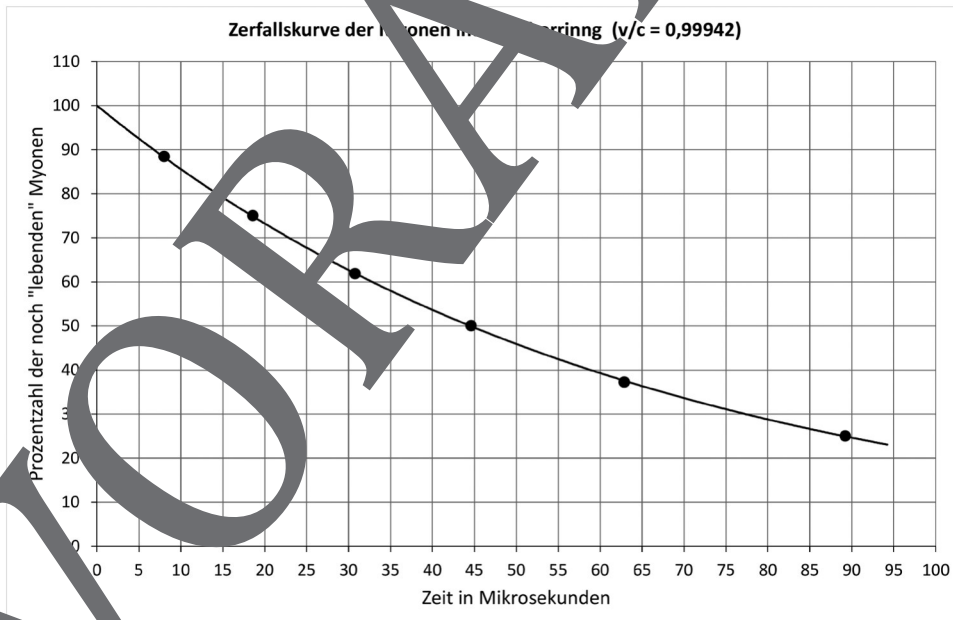


Abbildung 10.14 von J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, 2. Auflage, Addison-Wesley, 1994

Je schneller, desto träger

M 6

1963 wurde an der Universität Zürich ein Präzisionsexperiment zum Nachweis der relativistischen Massenzunahme von Elektronen durchgeführt. Ziel des Experimentes war es, die Formel der speziellen Relativitätstheorie für die relativistische Massenzunahme $m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ mit einer großen

Messgenauigkeit zu testen.

Der Versuchsaufbau ist unten skizziert. Elektronen werden mit einer hohen Spannung U beschleunigt. Diese Elektronen durchfliegen ein homogenes Magnetfeld, dessen Feldstärke je nach Geschwindigkeit der Teilchen gerade so eingestellt wird, dass diese auf einem genau vorgegebenen Halbkreis fliegen und so um 180° abgelenkt werden. Danach gelangen die Elektronen in einen zylindersymmetrischen Plattenkondensator (elektrisches Feld), dessen elektrische Feldstärke so eingestellt wird, dass die Teilchen einen Viertelkreis passieren und so um 90° abgelenkt werden. Die genaue Einstellung wird mit einem Detektor kontrolliert, in den die Elektronen gelangen.

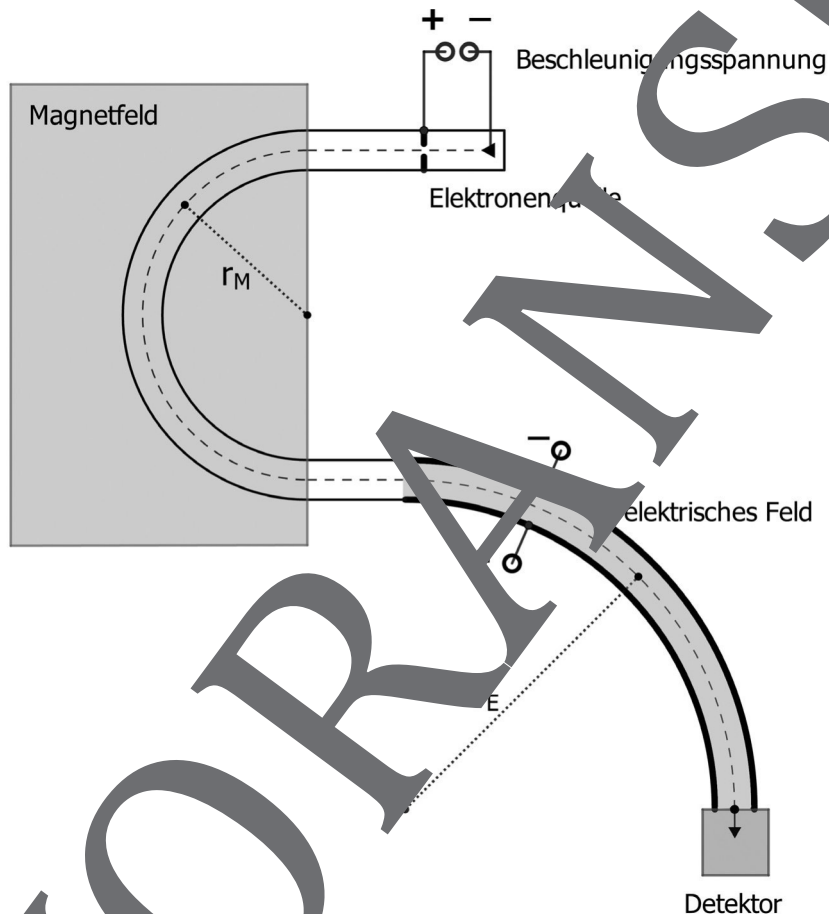


Abbildung: Matthias Borchardt

Energie und Impuls in der Relativitätstheorie

M 7

Ein Elektron, das sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, hat einen Impuls und eine kinetische Energie. Wenn man diese beiden Größen formelmäßig verknüpfen will, muss man unterscheiden, ob das Elektron sich mit großer oder mit kleiner Geschwindigkeit bewegt. Groß bedeutet in diesem Zusammenhang in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit.

Aufgaben

1. Leiten Sie die beiden folgenden Formeln her:

a) Klassisch gilt der Zusammenhang $E_{kin} = \frac{p^2}{2 \cdot m_0} = \frac{(p \cdot c)^2}{2 \cdot E_0}$.

Tipp: Verwenden Sie: $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ und $p = m \cdot v$.

b) Aus den Formeln der Relativitätstheorie (s. Material **M 1**) ergibt sich:

$$E_{kin} = \sqrt{(p \cdot c)^2 + E_0^2} - E_0.$$

2. Das untere Diagramm stellt die beiden Versionen für die kinetische Energie als Funktion des Impulses p dar. Entscheiden Sie durch eine Rechnung, welche Kurve zu welcher Formel aus Aufgabe 1 gehört, und beschriften Sie dann die Kurven entsprechend.

Tipp: Wählen Sie einen Wert für den Impuls, beispielsweise $p = 10^{-22} \text{ Ns}$, und berechnen Sie die kinetische Energie jeweils mit der ersten und zweiten Formel.

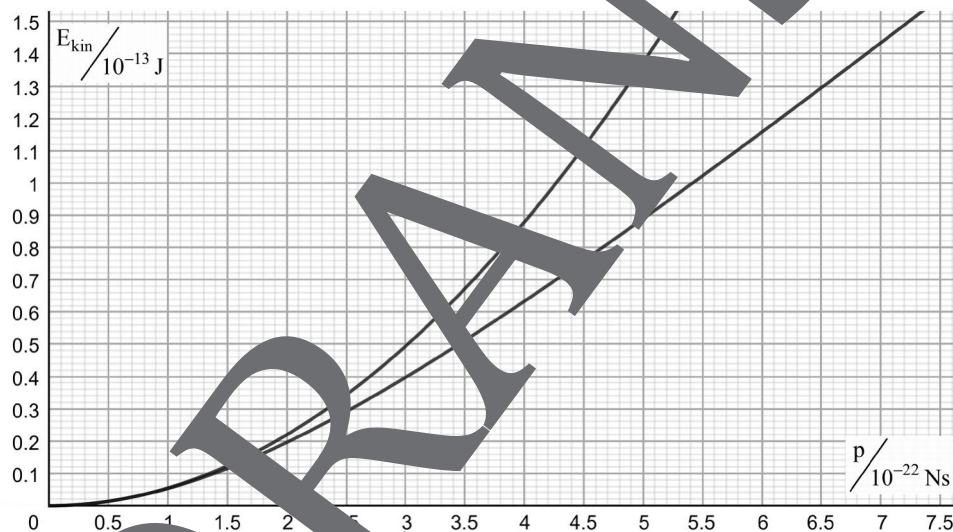


Abbildung: Matthias Borchert

3. Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf einen Praktikumsversuch für Studierende der Physik an einer amerikanischen Universität⁵. Ziel des Experiments ist die Bestätigung der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung.

Als Strahlungsquelle wird das radioaktive Thallium-Isotop $^{204}_{81}\text{Tl}$ verwendet – ein Betastrahler, der Elektronen in einem kontinuierlichen Energiespektrum mit einer maximalen kinetischen Energie von 363 keV abgibt. Die Elektronen durchlaufen innerhalb eines homogenen Magnetfeldes einen Halbkreis, bis sie in einen sog. Oberflächen-Sperrschicht Detektor gelangen, der in

⁵ „Union-College“ im US-Staat New York

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

