

## II.H.7

### Astronomie

# Das Schwarze Loch im Zentrum der Milchstraße

Ein Beitrag von Matthias Borchardt

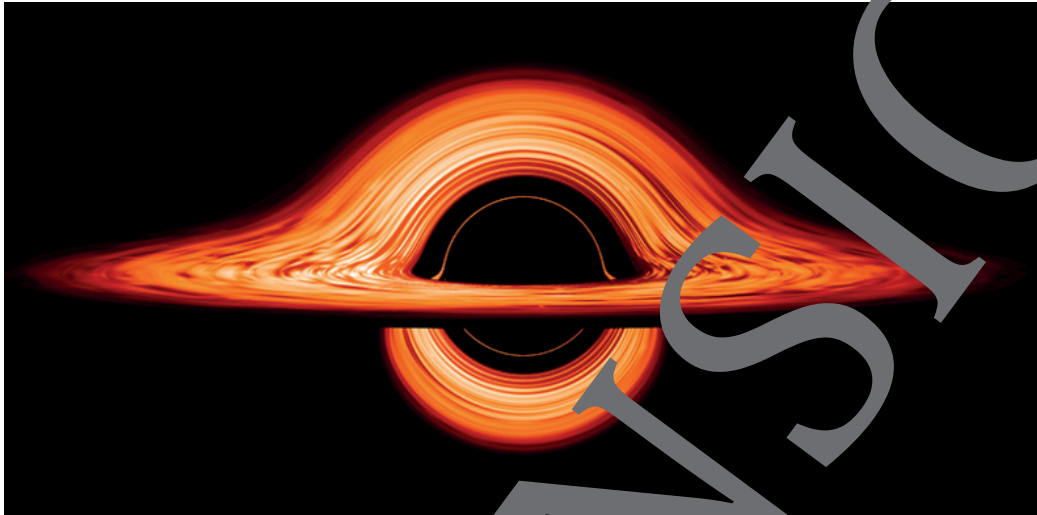


Foto: NASA GSFC/J. Schnittman

Im Zentrum unserer Heimatgalaxie befindet sich ein supermassives Schwarzes Loch, das mehrere Millionen Sonnenmassen auf die Waage bringt. Für den Nachweis und die Erforschung dieses Schwerkraftmonsters wurden dem deutschen Astrophysiker Reinhard Genzel der Nobelpreis für Physik 2020 verliehen. Dieser Beitrag nähert sich dieser Thematik mit kontextorientierten Arbeitsblätter zur Physik von Schwarzen Löchern. Insbesondere bestimmen die Lernenden mit Hilfe des Orbits des Sterns S2 die Masse und den Durchmesser und das Aussehen des Schwarzen Lochs im Zentrum der Milchstraße.

#### KOMPETENZPROFIL

**Klassenstufe:** 11–13

**Dauer:** 6–10 Unterrichtsstunden

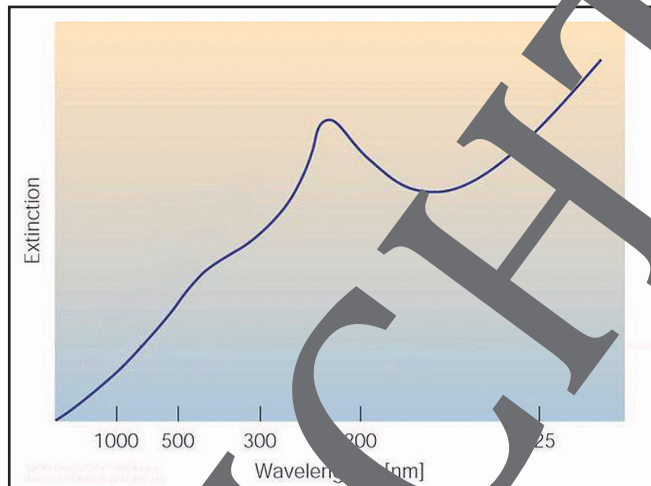
**Kompetenzen:** Physikalische Informationen aus Sachtexten entnehmen und mit bekanntem Wissen verknüpfen, Herleiten von Formeln, Anwenden von Gesetzmäßigkeiten, Rechenwege dokumentieren, Berechnungen durchführen

**Thematische Bereiche:** Milchstraße, Bewegung von Himmelskörpern, Gravitationsgesetz, Schwarzschildradius, Gezeitenbeschleunigung, relativistische Effekte

**Medien:** Computersimulationen

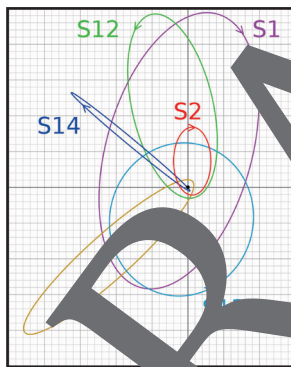
# M 2 Sternentanz ums Schwarzkraftmonster

Wenn wir die Milchstraße von der Südhalbkugel aus betrachten, erscheint ein Bereich besonders dicht und hell. Dies ist das galaktische Zentrum. Leider bleibt uns im optischen Bereich ein direkter Blick in diesen Zentralbereich verwehrt, da interstellare Staub- und Gaswolken das Licht sehr stark schwächen. Die Durchlässigkeit dieser Materienebel ist aber entscheidend von der Wellenlänge der Strahlung abhängig.



Quelle: [https://images.slideplayer.com/24/7000000/slides/slide\\_9.jpg](https://images.slideplayer.com/24/7000000/slides/slide_9.jpg)

Die Abbildung oben zeigt die Schwächung (Extinktion) der Strahlung durch das interstellare Medium. Deutlich erkennt man, dass die Dunkelwolken für langwellige Strahlung wesentlich besser durchlässig sind als für sichtbares Licht (400–700 nm). Das bedeutet, dass Infrarot- und Radiowellen aus dem Zentrum der Milchstraße mit speziellen Teleskopen gut beobachtbar sein sollten. Vor vielen Jahrzehnten wurde bereits mithilfe von Radioteleskopen eine intensive Radiostrahlung aus dem galaktischen Zentrum nachgewiesen, was auf äußerst heisse Prozesse in diesem Bereich hindeutete. Man nannte diese Strahlungsquelle Sagittarius A\* (SgrA\*) und vermutete als Ursache der starken Aktivität die Existenz eines supermassiven schwarzen Lochs.



© Cmglee/wikimedia commons/CC BY-SA 4.0

Diese Hypothese konnte in den vergangenen Jahren eindrucksvoll untermauert werden, denn inzwischen ist man in der Lage, mithilfe der gigantischen VLT-Spiegelteleskope in Chile das Auflösungsvermögen im Infrarotbereich so zu erhöhen, dass man einzelne Sterne in der unmittelbaren Nähe des vermuteten Schwarzen Lochs fotografieren kann. So wurde es möglich, die Bewegung dieser Sterne über viele Jahre hinweg genau zu vermessen. Die Ergebnisse waren sensationell: Die beobachteten Sterne umkreisen auf teilweise stark elliptischen Bahnen alle den Zentralbereich der Galaxis – genau dort, wo man das supermassive Schwarze Loch vermutete.

**Recherchieren** Sie im Internet zu den Physik-Nobelpreisträgern 2020 und **notieren** Sie die wichtigsten Fakten.

---



---



---



---



---

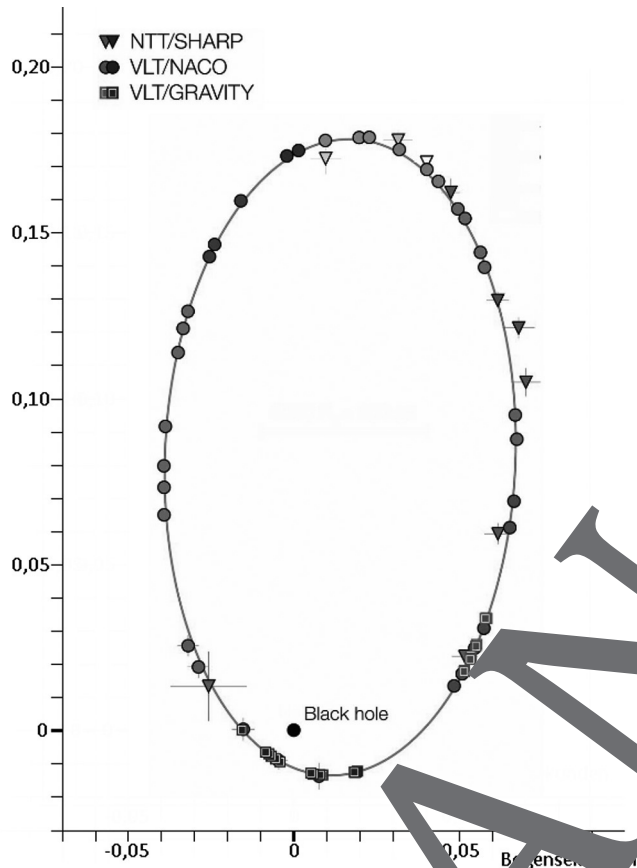


VORNAME

## Die Masse des Schwarzen Lochs

M 3

Die Positionen des Sterns S2, der das zentrale Schwarze Loch auf einer stark elliptischen Bahn umrundet, wurden über 20 Jahre lang mithilfe hochauflösender Infrarotaufnahmen mit großer Genauigkeit kartiert. Die Grafik zeigt, dass sich durch die gemessenen Orte des Sterns gut eine elliptische Kurve legen lässt. Die Umrundung des Schwarzen Lochs dauert übrigens ziemlich genau 16 Jahre.



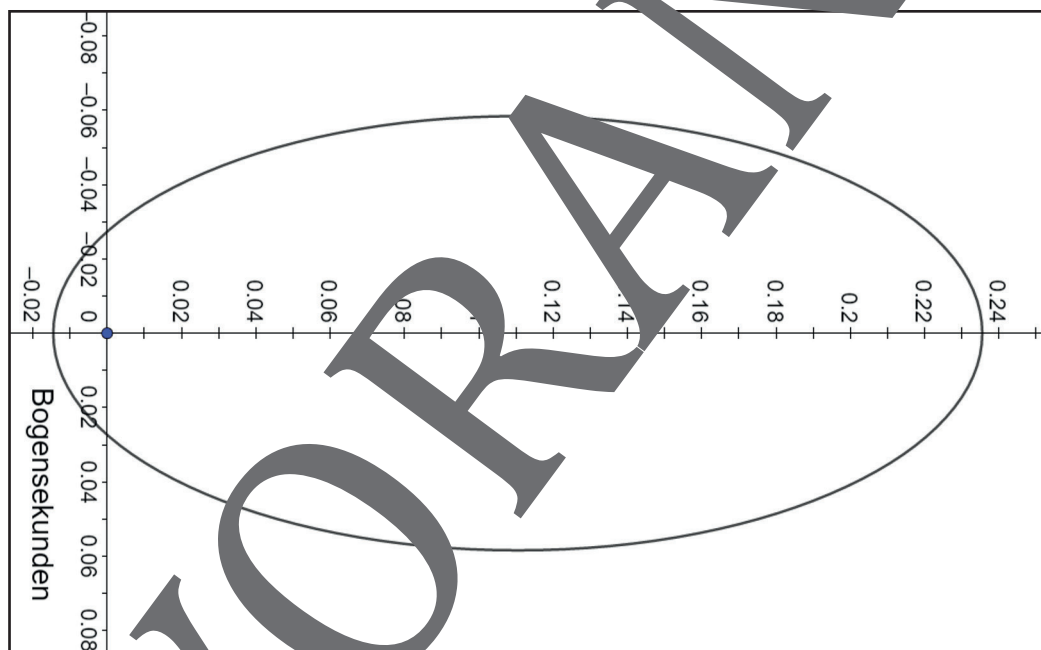
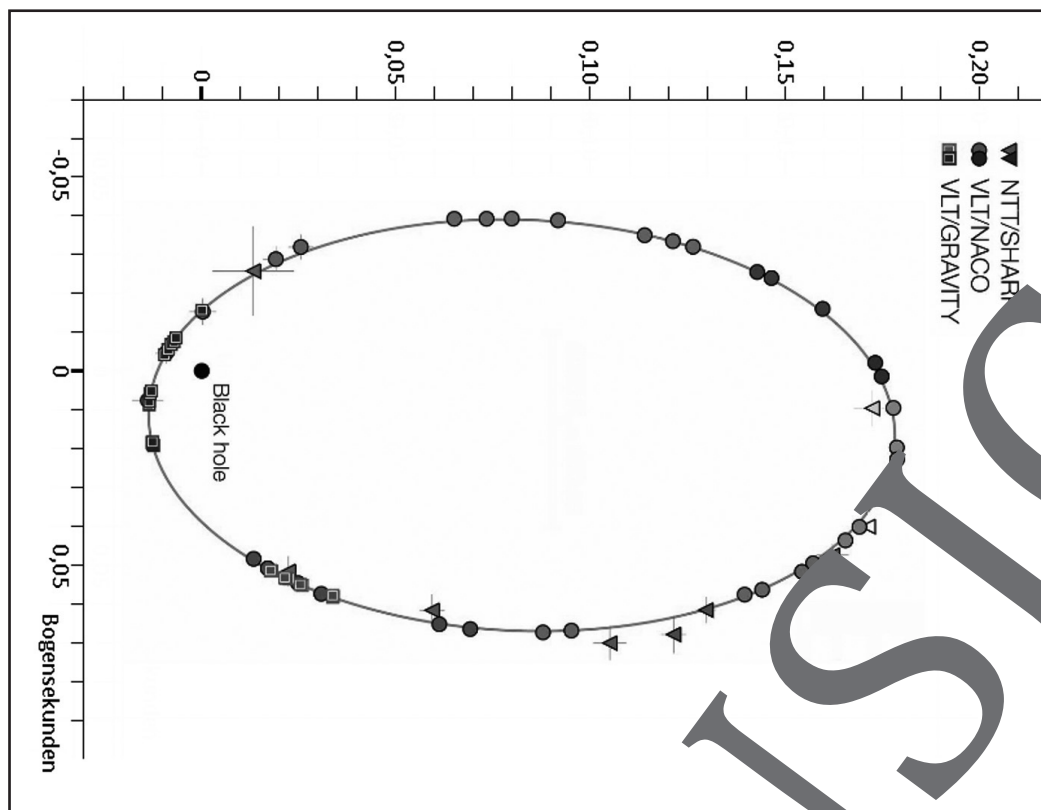
Grafik: ESO/MPE/GRAVITY Collaboration

### Aufgaben

1. Einen Eindruck von der Dynamik der Bewegung des Sterns S2 um das Schwarze Loch liefert die Computersimulation „[S2 in the center](#)“.
2. **Recherchieren** Sie die Geometrie einer Ellipse und **erklären** Sie die Begriffe Brennpunkt, große Halbachse, lineare und numerische Exzentrizität sowie Peri- und Apoapsis.
3. Wenn wir die Umlaufdauer eines Himmelskörpers sowie den Radius bzw. die große Halbachse seiner Bahn kennen, sind wir in der Lage, die Masse des Zentralkörpers mithilfe des dritten Keplersgesetzes zu berechnen. Die für eine Kreisbahn erforderliche Zentripetalkraft wird durch die Gravitationskraft des Zentralkörpers gestellt. Daher gilt:  $F_z = F_{\text{Grav}}$ .

Wenn Sie mithilfe dieses Ansatzes und der Formel für die Kreisbahngeschwindigkeit  $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$  das dritte Keplersgesetz **her:**  $\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$ .

# M 4 Die scheinbare und die wahre Ellipse



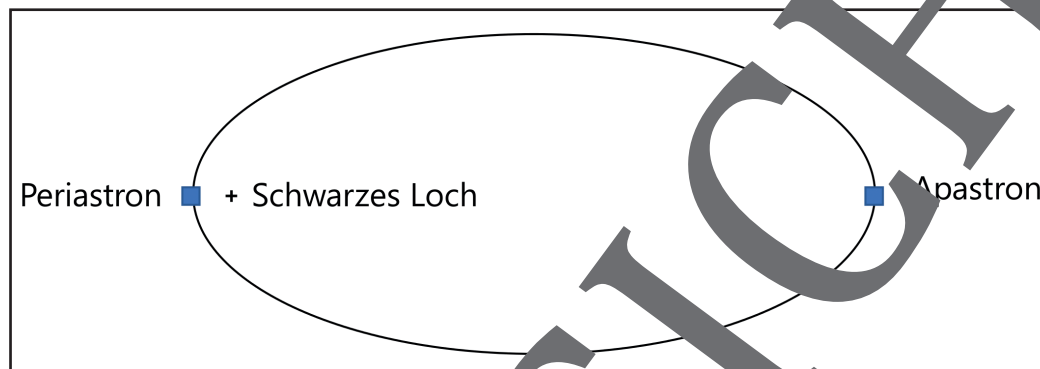
Die wahre Bahn des Sterns S2

Grafik: ESO/MPE/GRAVITY Collaboration (oben), Grafik: M. Borchardt (unten)

## M 7

## Rasante Kurvenfahrt ums Schwarze Loch

Damit der Stern S2 nicht in das gigantische Schwarze Loch stürzt, muss er dieses mit erheblicher Geschwindigkeit umrunden. Diese ist am größten, wenn der Stern dem Schwarzen Loch am nächsten kommt. Diesen Punkt größter Annäherung nennt man auch Periastron oder Periapsis. Die geringste Geschwindigkeit erreicht der Stern im gegenüberliegenden Scheitel der Ellipsenbahn, dem Apastron (bzw. Apoapsis).



## Aufgaben

- Wir interessieren uns zunächst für die Formel für die Geschwindigkeit eines Himmelskörpers auf einer idealen Kreisbahn mit dem Radius  $a$ .

**Leiten Sie her:** Die Kreisbahngeschwindigkeit einer Masse  $m$ , die einen Zentralkörper der Masse  $M$  im Abstand  $a$  umrundet.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a}}$$

**Tipp:** Verwenden Sie den Ansatz: Die Gravitationskraft wirkt als Zentripetalkraft.

- Bewegt sich der Himmelskörper auf einer Ellipsenbahn, ist seine Bahngeschwindigkeit nicht mehr konstant, sondern wird entscheidend durch die Exzentrizität der Ellipse beeinflusst. Daher erhält die obige Formel einen Zusatzterm. Die Geschwindigkeit im Periastron ergibt sich aus

$$v_{\text{Peri}} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

wobei  $a$  die große Halbachse und  $e$  die numerische Exzentrizität der Ellipse bedeuten.

Die geringste Geschwindigkeit auf der Ellipse ergibt sich im Apastron:

$$v_{\text{Ap}} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

**Berechnen Sie** nun die maximale und die minimale Geschwindigkeit des Sterns S2 auf seiner Bahn um das Schwarze Loch. Geben Sie die Geschwindigkeiten auch in Prozent der Lichtgeschwindigkeit an. Verwenden Sie als Masse für das Schwarze Loch  $M=8,251 \cdot 10^{36} \text{ kg}$  und für die Ellipse des Sterns S2 die Werte  $a=1,529 \cdot 10^{14} \text{ m}$  und  $e=0,884$ , außerdem für die Gravitationskonstante

$$G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

## Im freien Fall ins Schwarze Loch

M 8

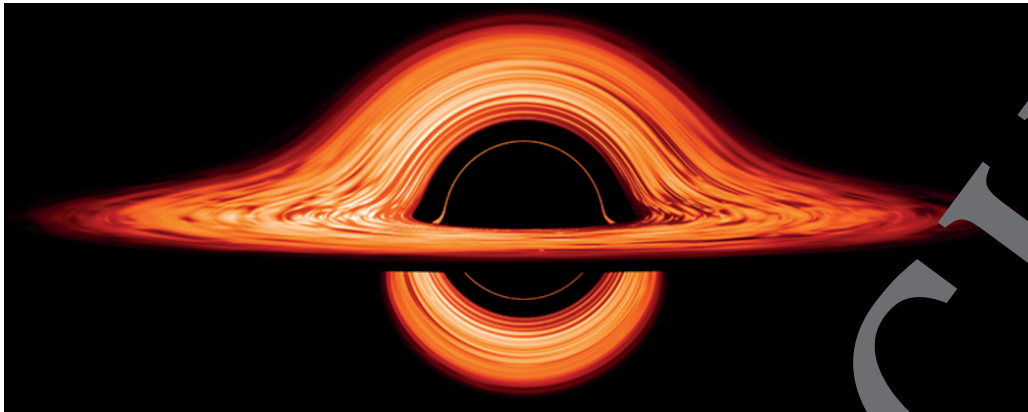


Foto: NASA GSFC/J. Schnittman

2014 kam der Spielfilm „Interstellar“ in die Kinos. Ein bemerkenswerter Science-Fiction-Film, denn als Berater für den wissenschaftlichen Hintergrund der Handlung konnte der berühmte Astrophysiker und Nobelpreisträger Kip Thorne gewonnen werden.

Im Schlussteil des Films lässt sich Cooper, der Held der Geschichte, im freien Fall in ein gigantisches Schwarzes Loch fallen. Die Differenz der Kräfte ist in der Regel so groß, dass jeder fallende Körper auseinandergerissen würde. Kip Thorne löste das Problem, indem er ein Schwarzes Loch mit gigantischer Masse vorschlug – nur dann treten die Gezeitenkräfte erstaunderweise kaum in Erscheinung. Warum dies so ist, sollen Sie im Weiteren erarbeiten und verstehen.

Die Gezeitenbeschleunigung ergibt sich aus der Differenz der Beschleunigungen, die auf die Füße und den Kopf wirken. Es gilt:

$$\Delta a_{\text{GB}} = \frac{2 \cdot G \cdot M \cdot L}{r^3}$$

Die Größe  $L$  beschreibt die Länge des fallenden Körpers,  $M$  die Masse des Schwarzen Lochs und  $r$  den Abstand zu dessen Zentrum.

Dieser Abstand wird üblicherweise in Einheiten des Schwarzschildradius angegeben, also

$$r = n \cdot R_s \quad \text{mit} \quad R_s = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2}$$

Wenn also beispielsweise  $n = 3$  gewählt würde, hätte der fallende Körper einen Abstand von drei Schwarzschildradien vom Zentrum, also zwei vom Ereignishorizont aufzuweisen.

### Aufgaben

1. **Setzen** Sie  $r = n \cdot R_s$  in die Formel für  $\Delta a_{\text{GB}}$  ein und **leiten** Sie her:

$$\Delta a_{\text{GB}} = \frac{L \cdot c^6}{4 \cdot n^3 \cdot G^2 \cdot M^2}$$

2. **Äußern** Sie sich zu der Frage, warum Kip Thorne zur Vermeidung des tödlichen Spaghettisierungseffekts „seinem“ Schwarzen Loch eine so extrem große Masse gab.

Nehmen wir an, ein Astronaut mit einer Körpergröße von 2 m würde in das Schwarze Loch SgrA\* im Zentrum der Milchstraße fallen. **Berechnen** Sie die Gezeitenbeschleunigungen, die auf seinen Körper wirken würden, für  $n = 1$  und  $n = 5$ .

4. **Vergleichen** Sie Ihre Ergebnisse mit der Situation, dass der Astronaut in ein stellares Schwarzes Loch mit einer Masse von 10 Sonnenmassen stürzen würde.

## M 9

## Albert Einstein auf dem Prüfstand



wikimedia commons/gemeinfrei gestellt

Normalerweise machen sich die Effekte der **Speziellen Relativitätstheorie (SRT)** und der **Allgemeinen Relativitätstheorie (ART)** im Alltag nicht bemerkbar.

Dass unsere wohlbekanntere klassische Physik eigentlich nur eine Näherung dieser beiden übergeordneten Theorien ist, wird erst unter extremen Bedingungen sichtbar. Erst dann offenbaren sich die Abweichungen zwischen klassischer und moderner Physik besonders deutlich. Solche extremen Bedingungen liegen vor, wenn sich ein Körper mit sehr großer Geschwindigkeit bewegt oder wenn er sich in einem Gravitationsfeld mit außergewöhnlicher Stärke befindet.

Genau diese Voraussetzungen sind bei dem Stern S2 erfüllt, der sich im Peri-Scheitel der Ellipse befindet. Dies ist der Punkt, an dem der Stern in seiner Ellipsenbahn dem Schwarzen Loch am nächsten kommt, er also der größten Gravitationswirkung ausgesetzt ist und eine Geschwindigkeit hat, die etwa 2,5 % der Lichtgeschwindigkeit beträgt. Diese hohe Geschwindigkeit bewirkt bei allen Signalen, die uns vom Stern erreichen, eine Zeitdilatation, was zu einer Rotverschiebung von Spektrallinien im Sternspektrum führt. Diese Rotverschiebung wird auch „relativistischer transversaler Dopplereffekt“ genannt. Diese Zeitdilatation ist ein Effekt der SRT. Das starke Gravitationsfeld führt aber ebenfalls zu einer Rotverschiebung, allerdings wird diese durch gravitative Effekte erzeugt und unterliegt daher dem Formalismus der ART.

Der Stern S2 in der Nähe des Schwarzen Lochs wird so zu einem idealen Experimentierlabor – ein Labor, das allerdings 26.680 Lichtjahren von uns entfernt liegt und nur alle 16 Jahre für Messungen der beschriebenen Art zur Verfügung steht.

#### Die Rotverschiebung der Spektrallinien:

1. Die aufgrund der hohen Geschwindigkeit des Sterns auftretende Zeitdilatation bewirkt, dass das Licht des Sterns auf der Erde mit kleinerer Frequenz wahrgenommen wird – die Wellenberge kommen nämlich zeitlich verzögert bei uns an. Für die Frequenzen gilt somit die Formel:

$$f_E = f_S \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

wobei  $f_E$  die Empfangsfrequenz (Erde) und  $f_S$  die Sendefrequenz (Stern) bedeuten.

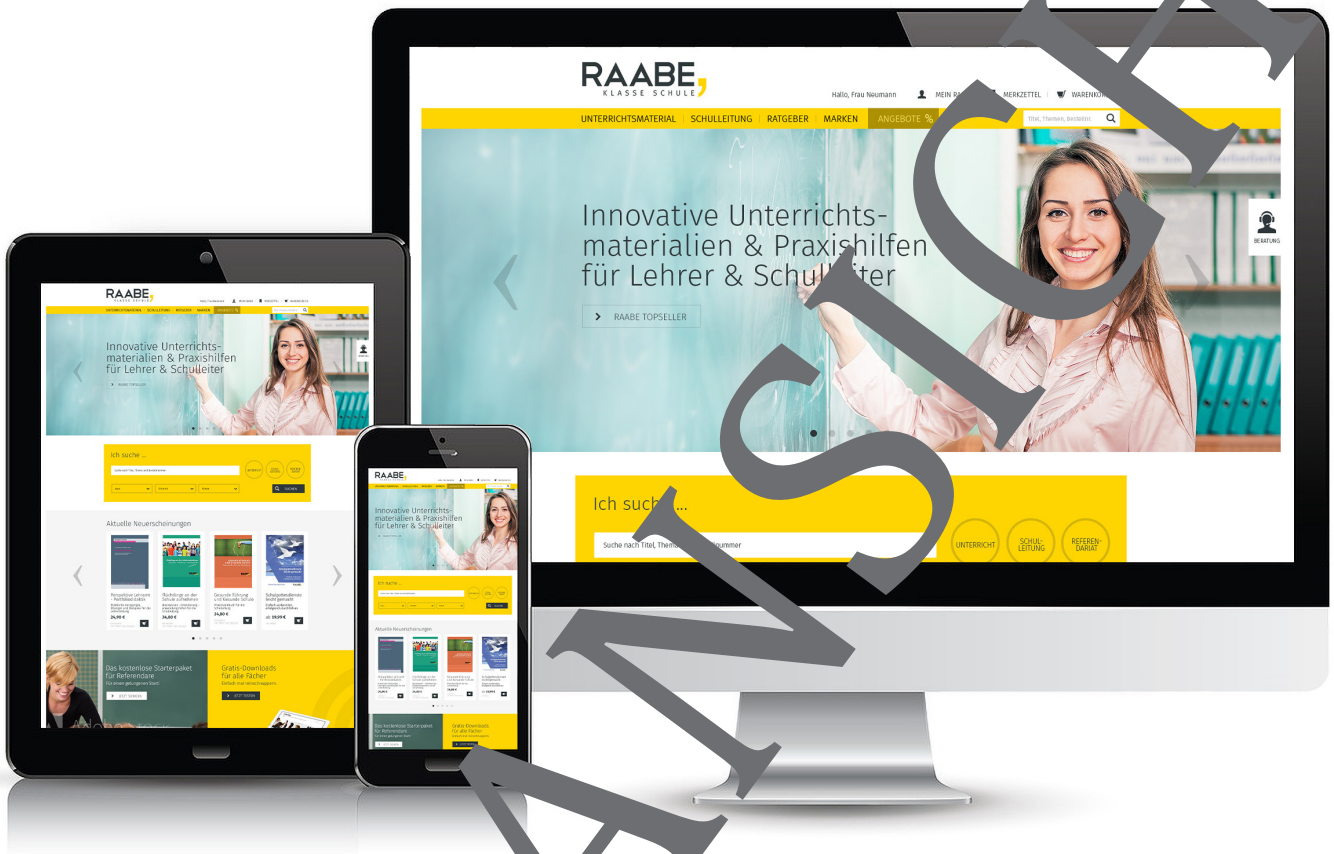
Die relative Frequenzverschiebung ist dann:

$$\frac{f_{\text{Erde}} - f_{\text{Stern}}}{f_{\text{Stern}}} = \frac{\Delta f_{\text{SRT}}}{f_{\text{Stern}}} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Die Geschwindigkeit im Periastron hatten Sie bereits im Material M 7 berechnet. Dort sollten Sie einen Wert von gerundet  $v_{\text{Peri}} = 7650300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  erhalten haben.

**Berechnen** Sie nun die relative Frequenzveränderung  $\frac{\Delta f_{\text{SRT}}}{f_{\text{Stern}}}$  mithilfe der oberen Formel.

## Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



### Wir bieten Ihnen:



Schnelle und intuitive Produktsuche



Übersichtliches Kundenkonto



Komfortable Nutzung über  
Computer, Tablet und Smartphone



Höhere Sicherheit durch  
SSL-Verschlüsselung

**Mehr unter: [www.raabe.de](http://www.raabe.de)**