Arbeit, Energie und Leistung – eine kompakte Darstellung

Axel Donges, Isny im Allgäu

Illustrationen von: Wolfgang Zettlmeier

Arbeit, *Energie* und *Leistung* sind grundlegende Begriffe der Physik, die in allen naturwissenschaftlichen Disziplinen eine zentrale Rolle spielen. Insbesondere der *Energieerhaltungssatz* ist eines der wichtigsten Prinzipien aller Naturwissenschaften.

Umso wichtiger ist es, dass Ihre Schüler die Begriffe *Arbeit*, *Energie* und *Leistung* kennen, deren Bedeutung und Zusammenhänge verstehen und anwenden können.

Abb. 1: Stemmt ein Sportler ein Gewicht hoch, verrichtet er im physikalischen Sinne eine Arbeit.

Der Beitrag im Überblick	
Klasse: 9/10 **Dauer:** 6 Stunden **Ihr Plus:** ✓ Vermittlung von grundlegenden physikalischen Begriffen ✓ Kompakte Darstellung	**Inhalt:** • Arbeit • Leistung • Energie • Energieerhaltung • Wirkungsgrad

I/B

Fachliche und didaktisch-methodische Hinweise

Motivation

Die *Energie* ist einer der fundamentalsten Begriffe der Physik. Sie spielt in allen Teilgebieten der Naturwissenschaften eine große Rolle. Ihre große Bedeutung verdankt sie dem *Energieerhaltungssatz*: In einem abgeschlossenen System kann die Gesamtenergie weder vermehrt noch vermindert werden.

Historischer Bezug

Der Begriff *Energie* wurde erst im Jahre 1807 von Thomas Young (1773–1829) in der Physik eingeführt. Im Jahre 1843 hat der Arzt Julius Robert von Mayer (1814–1878) als Erster den Energieerhaltungssatz formuliert. Die endgültige Formulierung des Energieerhaltungssatzes erfolgte im Jahre 1847 durch Hermann von Helmholtz (1821–1894).

Porträt Abb. 2, 3: wikimedia commons (gemeinfrei)

Abb. 2: Thomas Young (1773–1829)

Abb. 3: Julius Robert von Mayer im Jahr 1868 (1814–1878)

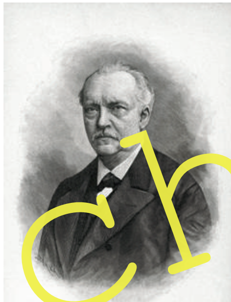


Abb. 4: Hermann von Helmholtz (1821–1894)

Porträt Abb. 4: © picture-alliance/akg-images

Lehrplanbezug

Laut dem bayrischen Lehrplan Plus[1] sollen u. a. die folgenden Themen im Unterricht abgehandelt werden:

- Arbeit, insbesondere Hubarbeit, Beschleunigungsarbeit, Spannarbeit und Reibungsarbeit
- Leistung
- Mechanische Energieformen: Bewegungsenergie, Lageenergie und Spannenergie
- Erhaltung der mechanischen Gesamtenergie in einem abgeschlossenen, reibungsfreien System
- Zusammenhang $W = \Delta E$ zwischen der Arbeit W, welche von äußeren Kräften an einem System verrichtet wird, und der Änderung ΔE der Energie E des Systems
- Wirkungsgrad

All diese Punkte werden in dem vorliegenden Beitrag angesprochen.

Lernvoraussetzungen

Es wird vorausgesetzt, dass die Schüler mit grundlegenden Kenntnissen der Mechanik vertraut sind, d. h., dass sie Begriffe wie Kraft, Weg und Geschwindigkeit kennen.

1 https://www.lehrplanplus.bayern.de/fachlehrplan/lernbereich/125608

I/B

Materialübersicht

V = Vorbereitungszeit
D = Durchführungszeit
SV = Schülerversuch
Fo = Folie
Ab = Arbeitsblatt/Informationsblatt

M 1	**Fo**	**Arbeit, Leistung und Energie – Farbfolie**
M 2	**Ab**	**Definition der Arbeit – Kraft mal Weg**
M 3 V: 10 min D: 20 min	**SV, Ab**	**Spezialfall 1: Hubarbeit** ❒ 1 Umlenkrolle ❒ 2 Fäden ❒ 1–3 Federkraftmesser ❒ 3 Gewichtsstücke ❒ 1 Tisch
M 4 V: 10 min D: 20 min	**SV, Ab**	**Spezialfall 2: Gleitreibungsarbeit** ❒ 2 Fäden ❒ 1–3 Federkraftmesser ❒ 3 Gewichtsstücke ❒ 1 Tisch
M 5	**Ab**	**Spezialfall 3: Beschleunigungsarbeit**
M 6	**Ab**	**Spezialfall 4: Spannarbeit**
M 7	**Ab**	**Leistung = Arbeit pro Zeit**
M 8	**Ab**	**Energie = gespeicherte Arbeit**
M 9	**Ab**	**Arbeit und umgesetzte Energie**
M 10	**Ab**	**Wirkungsgrad – Verhältnis von Nutzen zu Aufwand**
M 11	**Ab**	**Rund um die Energie – eine Zusammenfassung**

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 16.

Minimalplan

Wenn die Zeit knapp ist, behandeln Sie in Ihrer Klasse nur die Hub- und Beschleunigungsarbeit sowie die Leistung (**M 1, M 2, M 3, M 5** und **M 7**).

I/B

M 1 Arbeit, Leistung und Energie – Farbfolie

© skynesher/E+/Getty Images

Abb. 5: Stemmt eine Sportlerin ein Gewicht hoch, verrichtet sie im physikalischen Sinne eine Arbeit.

© Adam C. Bartlett/Image Source/Getty Images Plus

Abb. 6: Ein Fahrradfahrer fährt eine Passstraße bergauf.

M 3 Spezialfall 1: Hubarbeit

Schülerversuch Vorbereitung: 10 min Durchführung: 20 min

Materialien

- ❒ 1 Umlenkrolle
- ❒ 2 Fäden
- ❒ 1–3 Federkraftmesser
- ❒ 3 Gewichtsstücke
- ❒ 1 Tisch

Versuchsdurchführung

Hänge drei verschiedene Körper – wie in Abb. 8 dargestellt – an geeignete Federkraftmesser und hebe sie um eine definierte Strecke h (z. B. 1 m) langsam in die Höhe. Lies dabei am Federkraftmesser die erforderliche Kraft F ab und miss die angehobene Strecke h mit einem Maßband. Berechne mithilfe der experimentell bestimmten Daten (Kraft F und Strecke h) und Gleichung 1 (**M 2**) die beim Anheben verrichtete Arbeit. Die Arbeit, die beim Anheben von Körpern verrichtet wird, heißt **Hubarbeit**.

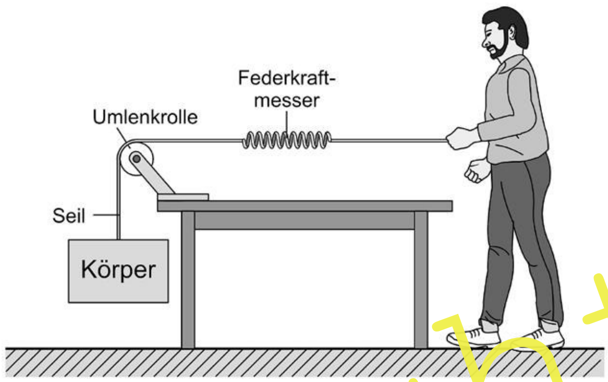


Abb. 8: Experimentelle Bestimmung der Hubarbeit

Formel zur Berechnung der Hubarbeit

Um einen Körper mit der Masse m um die Strecke h (unbeschleunigt) hochzuheben, ist längs der Strecke h die Gewichtskraft

$$F_{Gewicht} = mg \quad (2)$$

aufzubringen. Hierbei ist g der Ortsfaktor, für den gilt: $g = 9{,}81\ \frac{N}{kg}$. Die Hubarbeit berechnet sich mit den Gleichungen (1) und (2) zu $W_{Hub} = mgh$. (3)

Anmerkung: Diese Formel gilt auch dann, wenn der Körper auf einem schrägen, krummlinigen Weg angehoben wird. In Gleichung (3) kommt es nur auf die **Höhendifferenz h** an.

Beispiel:

Frage: Ein Kran hebt Steine der Masse 3000 kg um 8,00 m an. Wie groß ist die Hubarbeit?

Antwort:

$$W = mgh = 3000\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{N}{kg} \cdot 8{,}0\ m = 235\,440\ Nm \approx 235\ kJ$$

Aufgaben

1. Berechne die Hubarbeit, die du verrichtest, wenn du auf einen 1850 m hohen Berg wanderst. Du startest in einer Seehöhe von 989 m.
2. Bei einem Pumpspeicherkraftwerk werden 10 000 000 l Wasser in einen 100 m höher gelegenen See gepumpt. Welche Hubarbeit verrichten dabei die Pumpen?
3. Welche Arbeit verrichtet der in Abb. 9 dargestellte Kran, wenn er die Ladung – ohne sie zu bewegen – 3 Stunden lang in konstanter Höhe (h = 8,00 m) hält?

Abb. 9: Ein Kran hebt Steine in die Höhe

I/B

M 5 Spezialfall 3: Beschleunigungsarbeit

Ein zunächst ruhendes Auto (Masse m) wird beschleunigt, bis es nach der Strecke s die Geschwindigkeit v erreicht hat. Dazu ist eine beschleunigende Kraft F erforderlich (siehe auch Abb. 12). Das Produkt aus der beschleunigenden Kraft F und der Beschleunigungsstrecke s liefert die Beschleunigungsarbeit, die während des Beschleunigungsvorgangs verrichtet wird. Man kann zeigen, dass für die Beschleunigungsarbeit die Formel

$$W_{Besch} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{6}$$

gilt.

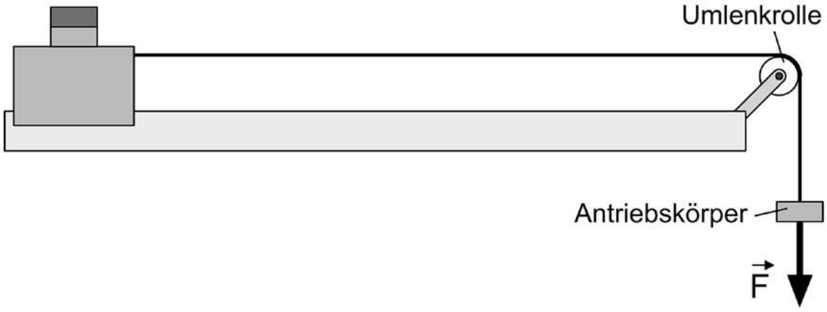


Abb. 12: Dank der Gewichtskraft, die am Antriebkörper angreift, wird das System beschleunigt. Grafik: W. Zettlmeier

Beispiel:

Frage: Ein Auto (Masse m = 1900 kg) wird aus der Ruhe auf eine Geschwindigkeit von v = 100 km/h beschleunigt. Wie groß ist die dabei verrichtete Beschleunigungsarbeit?

Hinweis: $1\,\frac{km}{h} = \frac{1000\ m}{3600\ s} = 0{,}2\overline{7}\,\frac{m}{s}$

Antwort: $W_{Besch} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\,1900\ kg \cdot \left(27{,}\overline{7}\,\frac{m}{s}\right)^2 = 733\,025\ J \approx 733\ kJ$.

Aufgaben

1. Wie ändert sich die Bewegungsenergie eines Körpers, wenn seine Geschwindigkeit verdoppelt (verdreifacht) wird?

2. Berechne die Bewegungsenergie eines Elektrons, das sich mit 1 % der Lichtgeschwindigkeit bewegt.

Nur für Interessierte und Fortgeschrittene

Für die gleichmäßige Beschleunigung eines Körpers aus der Ruhe sind die folgenden Gleichungen relevant:

$$F = ma \tag{7}$$

$$v = at \quad \text{und} \tag{8}$$

(9)

Hierbei bedeuten: F: Kraft, m: Masse, a: Beschleunigung, v: Geschwindigkeit, t: Zeit, s: Weg. Mit Gleichung (1) (**M 2**) folgt dann

$$W_{Besch} = F \cdot s = ma \cdot s = ma \cdot \frac{1}{2}a \cdot t^2 = \frac{1}{2}ma^2 \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2. \tag{10}$$

Bemerkung: Das Ergebnis $W_{Besch} = \frac{1}{2}mv^2$ gilt auch bei <u>nicht-gleichförmiger</u> Beschleunigung.

I/B

M 6 Spezialfall 3: Spannarbeit

Greift an einer Feder eine Kraft F an, wird die Feder um die Strecke s gedehnt. Sofern die Kraft nicht zu groß ist, sind Kraft und Ausdehnung zueinander linear:

$$F = D \cdot s. \qquad (11)$$

Die federabhängige Konstante D heißt Federkonstante. Der Zusammenhang (11) heißt **Hooke'sches Gesetz** (siehe Abb. 13).

Wenn eine Feder gespannt wird, muss also Arbeit verrichtet werden. Wird eine Feder um die Strecke s gedehnt, nimmt während der Dehnung die Kraft linear zu. Daher muss in Gleichung (1) (**M 2**) der Mittelwert der maximalen Kraft (11) eingesetzt werden. Für die **Spannarbeit** folgt somit:

$$W_{Spann} = \frac{D \cdot s}{2} \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2. \qquad (12)$$

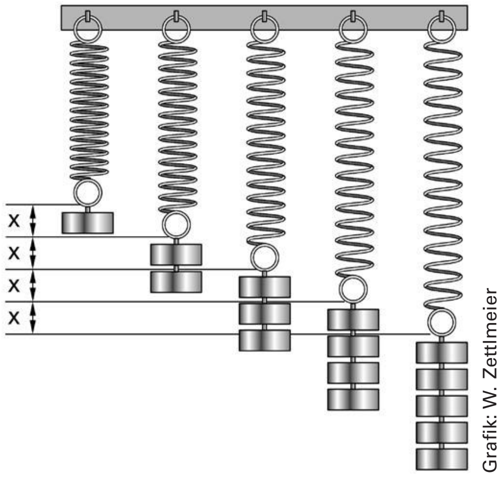


Abb. 13: Eine Feder wird unter dem Einfluss einer Kraft gedehnt;

Im täglichen Leben werden immer mal wieder Federn gespannt – und damit Spannarbeit verrichtet –, beispielweise beim Schließen von Garagentoren (Abb. 14), beim Spielen mit Spielzeugpistolen (Abb. 15) oder beim Aufziehen von Spielzeugautos (Abb. 16).

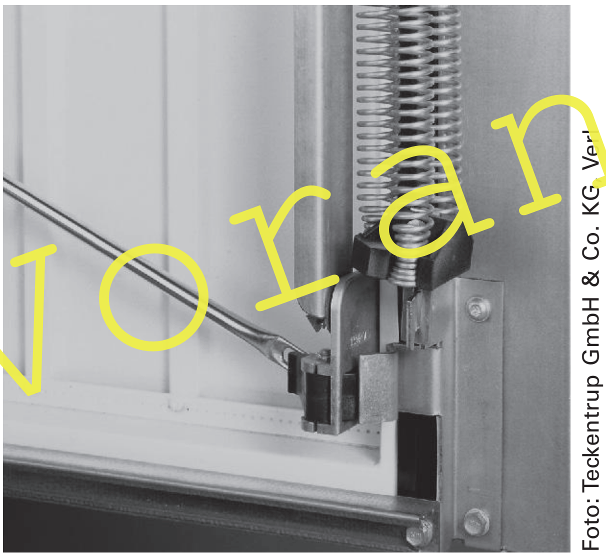


Abb. 14: Federn sind wichtige Elemente bei Garagenschwingtoren.

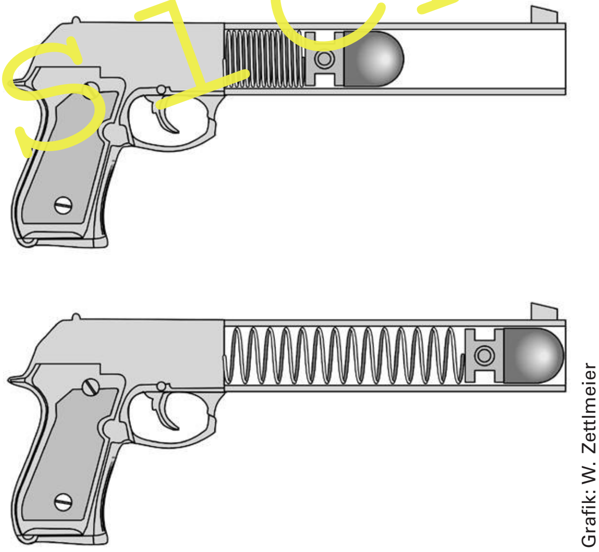


Abb. 15: Bei einigen Spielzeugpistolen wird eine Feder gespannt;

Aufgabe

Eine Feder wird um 10 cm gedehnt. Dabei wird eine Spannarbeit von 10 J verrichtet.

a) Wie groß ist die Federkonstante?

b) Wie groß ist die Spannarbeit, wenn die Feder um 20 cm gedehnt wird?

c) Wie groß ist die Spannkraft, wenn die Feder um 10 cm (20 cm) gedehnt ist?

Abb. 16: Bei älteren Spielzeugautos muss man oft eine (Schnecken-)Feder aufziehen.

M 10 Wirkungsgrad – Verhältnis von Nutzen zu Aufwand

Wir haben in Material **M 9** gesehen, dass Energien oft umgewandelt werden.

Beispiel: Eine Glühbirne wandelt zugeführte elektrische Energie (E_{Zu}) in Lichtenergie und in thermische Energie um. Dabei ist die Umwandlung der elektrischen Energie in Lichtenergie erwünscht. Die erwünschte Lichtenergie wird daher als Nutzenergie (E_{Nutz}) bezeichnet. Die Umwandlung eines Teils der elektrischen Energie in thermische Energie ist unerwünscht. Die Glühbirne soll den Raum hell machen und nicht heizen!

<u>Allgemein gilt:</u> Mithilfe des Wirkungsgrades η kann man angeben, wie viel Prozent der zugeführten Energie E_{Zu} (oder zugeführten Leistung P_{ZU}) in Nutzenergie E_{Nutz} (oder Nutzleistung P_{Nutz}) umgewandelt wird. Der Wirkungsgrad ist wie folgt definiert:

$$\eta = \frac{E_{Nutz}}{E_{Zu}} = \frac{P_{Nutz}}{P_{Zu}}. \qquad (17)$$

Der Wirkungsgrad ist <u>einheitenlos</u>. Er kann Zahlenwerte $0 \leq \eta \leq 1$ annehmen. Üblicherweise wird der Zahlenwert des Wirkungsgrades mit 100 multipliziert und in % angegeben (Beispiel: $\eta = 0{,}55 = 55\ \%$). Der Wirkungsgrad einer Glühbirne liegt typischerweise im Prozentbereich (siehe Abb. 21).

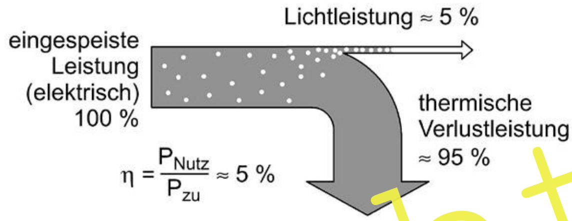


Abb. 21: Der Wirkungsgrad einer typischen Glühbirne liegt bei ca. 5 %

Aufgaben

1. Ein Kohlekraftwerk hat einen Wirkungsgrad von $\eta = 40\ \%$, d. h., die in der Kohle gespeicherte chemische Energie wird nur zu 40 % in elektrische Energie umgewandelt.

a) Der Rest (60 %) wird in thermische Energie umgewandelt, die nicht genutzt wird. Der überwiegende Teil der thermischen Energie wird weggekühlt (→ Kühlturm (siehe Abb. 22), Erwärmung von Kühlwasser). Berechne, wie viel Leistung (durch Kühlung) verloren geht, wenn das Kohlekraftwerk eine elektrische Leistung von 500 MW liefert!

b) Berechne die Änderung des Wirkungsgrads des Kohlekraftwerkes, wenn 30 % der thermischen Energie für Heizzwecke genutzt werden!

2. Bei einem Wasserkraftwerk wird Wasser aus einem 750 m höheren See mit Rohren auf Turbinen geleitet (siehe Abb. 23). Das Wasserkraftwerk gibt eine elektrische Leistung von 250 MW ab. Der Wirkungsgrad des Kraftwerks beträgt 80 %. Berechne den Wasserverbrauch pro Stunde.

Abb. 22: Großes Kraftwerk

Abb. 23: Ein Wasserkraftwerk

I/B

M 11 Rund um die Energie – eine Zusammenfassung

Abb. 24: Ich hab's gecheckt!

1. Greift an einem Körper eine Kraft F an und wird infolge dieser Kraft der Körper um die Strecke s verschoben, wird eine Arbeit verrichtet.

2. Die Berechnung der Arbeit erfolgt mit der Gleichung

   $W = F \cdot s$,

   sofern die Kraft F konstant ist und die Kraft F und der Weg s stets in die gleiche Richtung weisen.

3. Die Einheit der Arbeit ist Nm (Newton · Meter) oder J (Joule): 1 Nm = 1 J.

4. Für die Hubarbeit gilt: $W_{Hub} = m \cdot g \cdot h$.

5. Für die Beschleunigungsarbeit gilt: $W_{Besch} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

6. Für die Gleitreibungsarbeit gilt: $W_{GlReib} = \mu \cdot m \cdot g \cdot s$.

7. Für die Spannarbeit gilt: $W_{Spann} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$.

8. Teilt man eine verrichtete Arbeit W durch die Zeit t, in der die Arbeit verrichtet wurde, ergibt sich die Leistung $P = \frac{W}{t}$.

9. Die Leistung P hat die Einheit W (Watt).

10. Es gilt: $1\,W = 1\,\frac{Nm}{s} = 1\,\frac{J}{s}$.

11. Ein Körper, der sich in der Höhe h befindet, besitzt die Lageenergie $E_{Lage} = m \cdot g \cdot h$.

12. Ein Körper, der sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, besitzt die Bewegungsenergie $E_{Bew} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

13. Eine gespannte Feder besitzt die Spannenergie $E_{Spann} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$.

14. Die Energie hat – wie die Arbeit – die Einheit Nm (Newton-Meter) oder J (Joule).

15. Verschiedene Energieformen können ineinander umgewandelt werden. Dabei gilt der Energieerhaltungssatz.

16. Wenn eine Arbeit verrichtet wird, ist damit immer eine gleich große Energieumwandlung verbunden.

17. Der Wirkungsgrad η gibt an, wie viel Prozent der einem System zugeführten Energie E_{Zu} (bzw. zugeführte Leistung P_{Zu}) in Nutzenergie E_{Nutz} (bzw. Nutzleistung P_{Nutz}) um gewandelt wird: $\eta = \frac{E_{Nutz}}{E_{zu}} = \frac{P_{Nutz}}{P_{zu}}$.

I/B

Erläuterungen und Lösungen

M 3 Spezialfall 1: Hubarbeit

Schülerversuch

Beispiel a: Der Federkraftmesser zeigt eine Kraft von 12 N beim Heben an. Du hebst um eine Strecke von 0,75 m. Dann beträgt die Arbeit W = 9,0 J.

Beispiel b: Der Federkraftmesser zeigt eine Kraft von 32 N beim Heben an. Du hebst um eine Strecke von 1,1 m. Dann beträgt die Arbeit W ≈ 35 J.

Beispiel c: Der Federkraftmesser zeigt eine Kraft von 4,9 N beim Heben an. Du hebst um eine Strecke von 0,45 m. Dann beträgt die Arbeit W ≈ 2,2 J.

Lösung zu den Aufgaben

1. Beispiel: Deine Masse ist 64 kg. Die Höhendifferenz beträgt 1850 m – 989 m = 861 m. Dann ist die Hubarbeit mit Gleichung (3):

   $$W_{Hub} = 64\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 861\ \text{m} \approx\ 541\ \text{kJ}\,.$$

2. Ein Liter Wasser besitzt eine Masse von 1 kg. 10 000 000 l Wasser haben somit eine Masse von 10 000 000 kg. Dann gilt für die Hubarbeit mit Gleichung (3):

   $$W_{Hub} = 10\,000\,000\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 100\ \text{m} =\ 9\,810\,000\,000 = 9{,}81\ \text{GJ}\,.$$

3. W = 0. Der Kran verrichtet keine Arbeit, da die Last nicht verschoben wird ($\Delta h = 0$). Natürlich musste zuvor eine Arbeit verrichtet werden, um die Last auf die aktuelle Höhe (h = 8,00 m) zu bringen.

M 4 Spezialfall 2: Gleitreibungsarbeit

Schülerversuch

Beispiel a: Der Federkraftmesser zeigt beim Verschieben eine Kraft von 2,0 N.

Du verschiebst um s = 1,2 m. Dann beträgt die Gleitreibungsarbeit W = 2,4 J.

Beispiel b: Der Federkraftmesser zeigt beim Verschieben eine Kraft von 1,0 N.

Du verschiebst um s = 0,30 m. Dann beträgt die Gleitreibungsarbeit W = 0,30 J.

Beispiel c: Der Federkraftmesser zeigt beim Verschieben eine Kraft von 4,0 N.

Du verschiebst um s = 0,82 m. Dann beträgt die Gleitreibungsarbeit W ≈ 3,3 J.

Lösung zur Aufgabe: $W_{Reib} = \mu \cdot m \cdot g \cdot s = 0{,}82 \cdot 2300\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 45\ \text{m} = 832\,575\text{J} \approx 833\ \text{kJ}$

M 5 Spezialfall 3: Beschleunigungsarbeit

1. Die Bewegungsenergie vervierfacht (verneunfacht) sich.
2. Die Masse des Elektrons ist $m = 9{,}110 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$.

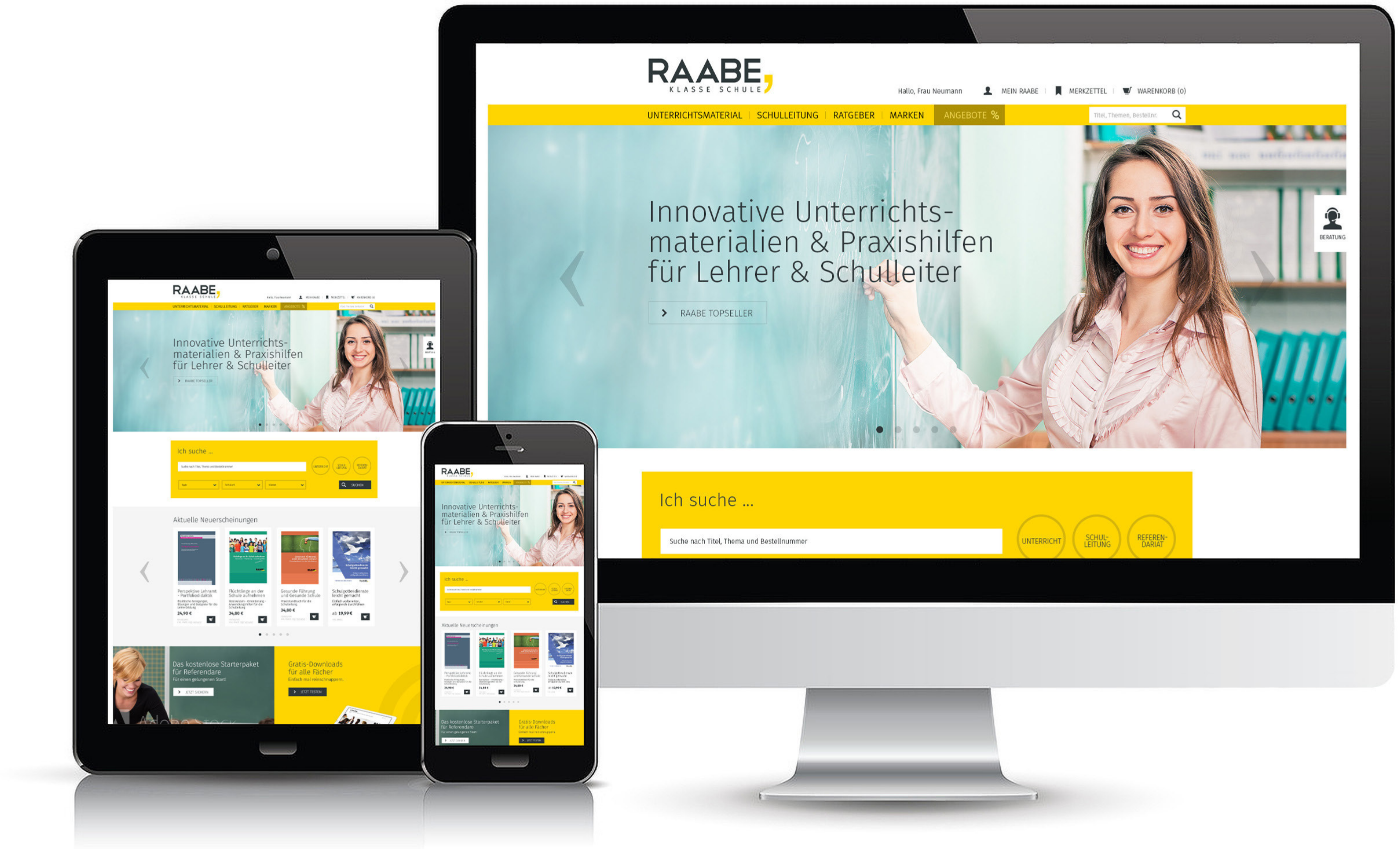
   Die Lichtgeschwindigkeit beträgt $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}$.

   Damit berechnet sich die Beschleunigungsarbeit zu

   $$W_{Besch} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}110 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot (0{,}01 \cdot 2{,}998 \cdot 10\ \text{m/s})^2 \approx 4{,}1 \cdot 10^{-18}\ \text{J}.$$

RAABE, KLASSE SCHULE

Der RAABE Webshop: Schnell, übersichtlich, sicher!



Wir bieten Ihnen:

- Schnelle und intuitive Produktsuche
- Übersichtliches Kundenkonto
- Komfortable Nutzung über Computer, Tablet und Smartphone
- Höhere Sicherheit durch SSL-Verschlüsselung

Mehr unter: www.raabe.de